Enfriamiento de un cuerpo

Análisis gráfico– Decaimiento exponencial

Objetivo

Representación gráfica de resultados experimentales y análisis de datos. Análisis gráfico de un decaimiento exponencial.

Actividad

En esta actividad se propone usar un termómetro y observar cómo se enfría una vez que se lo saca de un recipiente con agua hirviendo ($T \approx 100$ ºC). El termómetro se enfriará hasta alcanzar, después de un cierto tiempo, la temperatura del ambiente. Para esta actividad puede usar un termómetro de mercurio en vidrio o un sensor de temperatura conectado a una PC. En cualquier caso, para no dañarlo, asegúrese de que el termómetro pueda medir hasta 100 ºC o más.

- Sumerja el termómetro en agua hirviendo hasta que la lectura sea la máxima posible. Registre este valor T_i, la temperatura inicial de termómetro. Retírelo del agua para que se enfríe hasta la temperatura de la habitación. Cuando saque el termómetro del agua caliente, trate de no moverlo para que no agite el aire circundante. Lea el termómetro cada dos o tres segundos hasta que la temperatura alcance un valor final estable, T_f.

- **Representación lineal:** Represente los datos de temperatura, T, en función del tiempo, t, en un gráfico con escalas lineales.

Ley de enfriamiento de Newton

La siguiente expresión, que se conoce como Ley de enfriamiento de Newton, describe en algunas casos el enfriamiento de un cuerpo hasta una temperatura final T_f:

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot \left(T - T_f\right) \tag{1}$$

k es una constante. La solución general de esta ecuación diferencial de primer orden es:

$$T(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2}$$

donde A y B son costantes. El parámetro $\tau = k^{-1}$ se mide en unidades de tiempo y representa un "tiempo característico" del enfriamiento.

Análisis de la función

a) Sabiendo que:

a $t = 0$, $T = T_{Inicial} = T_i$

y cuando $t >> 1$, $T \rightarrow T_{final} = T_f$

encuentre los valores de las constantes A y B, y demuestrre que la Ec. (2), en términos de las temperaturas T_i y T_f, puede escribirse como:

$$T(t) - T_f = (T_i - T_f) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{3}$$

b) Observe que si se toma el logaritmo natural a ambos miembros de la Ec. (3) se obtiene:

$$\ln(T(t) - T_f) = \ln(T_i - T_f) - \frac{1}{\tau} t \tag{4}$$

La Ec. (4) indica que un *gráfico semilogarítmico* de ($T - T_f$) en función del tiempo es una recta, cuya pendiente es $-1/\tau$. Un gráfico semilogarítmico se obtiene tomando el eje de temperaturas en escala logarítmica (no es necesario tomar el logaritmo de ningún valor, solo elegir la escala adecuada) y eje de tiempos en escala lineal.

- **Representación semilogarítmica:** Usando los valores medidos T_i y T_f, represente en un gráfico semilogarítmico ($T - T_f$) en función del tiempo y observe si obtiene una relación lineal. En caso de ser así, determine la *mejor recta* y obtenga de la pendiente el valor del tiempo característico τ. Verifique que la ordenada al origen corresponde a $\ln(T_i - T_f)$; ver Ec. (4).

- Tras su análisis, ¿puede concluir si la Ley de enfriamiento de Newton es una buena representación del enfriamiento estudiado?

Preguntas

1) ¿Se puede conocer la temperatura final que tendrá un objeto que se enfría midiendo su temperatura solamente durante un intervalo de tiempo breve? ¿Cómo puede hacerse esto?
2) ¿Se puede medir con el termómetro que usó la temperatura de un animal como, por ejemplo, una paloma? ¿Y la temperatura de un mosquito? Explique sus respuestas.
3) Dos amigos van a tomar un cortado, el primero le agrega la leche justo cuando se lo sirven y el otro 10 minutos después, justo antes de que ambos tomen el primer sorbo. ¿Cuál de los dos lo toma más caliente?. Suponga que el volumen de posillo es de 100 cm^3, y la leche tiene 20 cm^3, ambos posillos estaban a 80ºC cuando se lo sirvieron.

Referencias

[1] S. Gil y E. Rodríguez, *Física re-Creativa*, Cap. 4, Prentice-Hall, Buenos Aires, 2001.
[2] www.fisicarecreativa.com
[3] http://ar.geocities.com/udesa_fisica