Lentes: fórmulas y convenciones

Objetivo

Proveer las fórmulas y convenciones a considerar en el análisis de los experimentos de óptica geométrica.

Lentes delgadas

Convención de signos: Se elige para lentes delgadas la convención de signos que se indica a continuación (ver Figura 1):

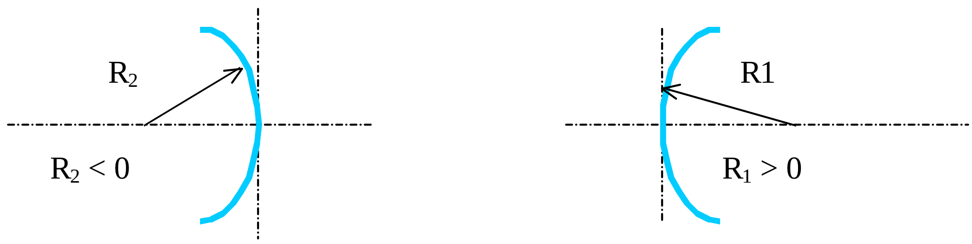

Figura 1

- La luz incide desde la región llamada real de la lente (izquierda en la figura).
- El eje óptico de la lente esta determinado por la línea de unión de los centros de curvatura de las superficies que definen la lente. Se adopta este eje como un sistema de coordenadas con origen en el centro óptico de la lente (punto central de la misma). En el sentido positivo de las coordenadas transversales, se toma como positivo la dirección hacia arriba.
- Los radios de curvatura son positivos si sus respectivos centros están en la región real (izquierda de la lente). Para lentes biconvexas ambos radios son negativos y para lentes bicóncavas ambos radios son positivos.

Con esta convención de signos las expresiones a utilizar, para lentes delgadas en aire, son:

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \tag{2}$$

La expresión (1) se conoce como la *fórmula de Gauss* de las lentes delgadas y la expresión (2) es la fórmula del *fabricante de lentes*. El aumento lateral viene dado por:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{q}{p} \tag{3}$$

Lentes gruesas

Un rayo de luz incide sobre una lente gruesa de índice de refracción n en forma perpendicular a la cara plana. A partir de este modelo se puede obtener una expresión para su distancia focal en el caso que se supongan válidas ciertas aproximaciones.

Por ley de Snell tenemos:

$$n \cdot \mathrm{sen}\, a = \mathrm{sen}\, q \tag{1}$$

donde

$$\mathrm{sen}\ a = \frac{y}{R} \tag{2}$$

Tenemos además que:

$$a = q - d \tag{3}$$

por lo tanto:

$$\mathrm{tg}\, d = \frac{\left(\sqrt{R^2 - n^2 \cdot y^2} - n \cdot \sqrt{R^2 - y^2}\right)}{\left(\sqrt{R^2 - n^2 \cdot y^2} \cdot \sqrt{R^2 - y^2}\right) + n \cdot y^2} \approx \frac{y}{R} \cdot \frac{\left(1 - n^2 \cdot \dfrac{y^2}{2 \cdot R^2}\right) - n \cdot \left(1 - \dfrac{y^2}{2 \cdot R^2}\right)}{\left(1 - n^2 \cdot \dfrac{y^2}{2 \cdot R^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{y^2}{2 \cdot R^2}\right) - n \cdot \dfrac{y^2}{R^2}} \qquad (4)$$

de donde se obtiene:

$$\begin{aligned} L &= \frac{y}{\mathrm{tg}\, \boldsymbol{a}} = \sqrt{R^2 - y^2} \approx R \cdot \left(1 - \frac{y^2}{2 \cdot R^2}\right) \\ z &= \frac{y}{\mathrm{tg}\, \boldsymbol{d}} \approx \frac{R}{n-1} \cdot \left(1 - \frac{y^2}{2 \cdot R^2} \cdot (n-1)^2\right) \end{aligned} \qquad (5)$$

y por lo tanto:

$$\begin{aligned} F &= L + z \approx \left(\frac{n}{n-1}\right) \cdot R - \frac{y^2}{2 \cdot R} \cdot n = F_0 \cdot \left(1 - \frac{y^2}{2 \cdot R^2} \cdot (n-1)\right) \\ F_0 &= \left(\frac{n}{n-1}\right) \cdot R \end{aligned} \qquad (6)$$

📖 Bibliografía

1. *Física (parte II)*, Halliday y Resnick y Krane, Cía. Editorial Continental, S. A., México (1979).