

# Estudio de la caída de un imán por un tubo conductor

*Brenda Erhardt y Guadalupe Fernández Milmanda,*  
e- mail: *brenn.94@gmail.com* y *gfmilmanda@gmail.com*

Física III, 2° Cuatrimestre 2013, UNSAM

## Resumen

Estudiamos la física de la caída de un imán por un tubo conductor. Se consideraron: el material del tubo, la orientación de los polos y el peso del imán. Para el análisis de las dos primeras, se dejó caer al imán por tres tubos de bronce, aluminio y cobre, primero con un polo hacia abajo y luego invertido. Los resultados de esta experiencia muestran que no hay mayor diferencia en las velocidades de caída (en todos los casos constantes) al variar la orientación del polo, pero se observa variación en los pulsos emitidos. Al comparar materiales distintos, vemos que la velocidad de caída es inversamente proporcional a la conductividad del mismo. Respecto a la variación de la masa del imán, se comprueba que la velocidad de caída, disminuye exponencialmente hasta alcanzar un valor constante y que, alcanzado este valor límite, la velocidad final es proporcional a la masa. Se determinó el momento magnético del imán utilizado.

## Momento magnético de un imán

Calcular el momento magnético de un imán permanente, observar la caída de éste por un tubo conductor y estudiar la física de este proceso.

## Introducción

Al dejar caer un imán por un tubo conductor puede observarse un fenómeno muy curioso: si bien en apariencia no existe interacción magnética entre el imán y el tubo, el primero se desliza lentamente a través del segundo, con una velocidad de caída considerablemente menor a la de caída libre.

En este trabajo se explicará la física de este fenómeno, desde la perspectiva de la ley de Lenz.

Como los resultados del experimento dependen significativamente de las propiedades magnéticas del imán utilizado, antes de analizar en detalle la caída de éste por el tubo conductor, se determinará su momento magnético.

## Momento magnético de un imán

### Oscilación de un imán permanente en un campo uniforme

Para determinar el momento magnético de un imán permanente se puede utilizar una bobina de Helmholtz. Esta consiste en dos espiras circulares iguales de radio R y número de vueltas N, colocadas a una distancia igual a su radio. Si por ambas espiras circula una misma corriente i, en el mismo sentido, el campo magnético generado entre ellas es constante. Este campo se calcula de la siguiente manera:

$$B_H (z) = \mu_0 \cdot \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{N \cdot I}{R} \quad (1)$$

Al colocar un imán permanente colgado de un hilo liviano en el centro de la bobina, este se orientará en la dirección de la sumatoria del campo magnético terrestre y el de la bobina:

$$\underline{B}_T = \underline{B}_H + \underline{B}_{tierra} \quad (2)$$

Si se orienta la bobina en la dirección del campo magnético terrestre, éste puede considerarse despreciable frente al procedente de la bobina.

Al quitar al imán de su posición de equilibrio, este comenzará a oscilar y el campo constante que genera la bobina ejerce un torque restaurador dado por:

$$\tau = -m_b \cdot B \cdot \text{sen}(\theta) = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (3)$$

Siendo B el campo magnético, I el momento de inercia del imán y  $m_b$  el momento magnético del imán.

Si las oscilaciones son pequeñas, se puede reemplazar  $\text{sen}(\theta)$  por  $(\theta)$ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{m_b \cdot B}{I} \cdot \theta \quad (4)$$

Esta ecuación es la de un movimiento armónico simple, en el que la frecuencia angular es:

$$\omega_0^2 = \frac{m_b \cdot B}{I} \quad (5)$$

Si se coloca una bobina cerca del imán que oscila, se inducirá una corriente en ella. Ésta variará de intensidad según la posición del imán con respecto a la bobina. Por lo que a partir de un

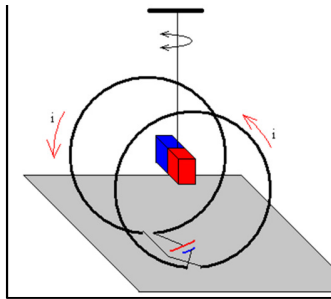
Figura de la fem inducida en la bobina en función del tiempo se puede calcular la frecuencia angular del imán, y con esto, el momento magnético.

## Materiales

Bobina de Helmholtz, hilo, imán permanente, fuente de corriente continua, bobina.

## Desarrollo

Se colocaron dos imanes permanentes colgados de un hilo en el centro de la bobina de Helmholtz. Cerca de los imanes y dentro de la bobina, se colocó otra bobina, más pequeña, conectada a un sistema de adquisición asociado a la PC.

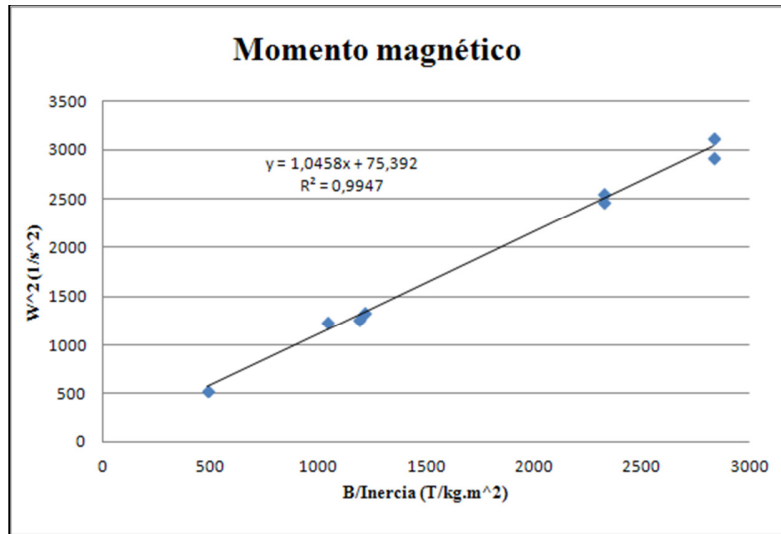


**Figura 1.** Representación esquemática del arreglo experimental usado.

Se orientó la bobina de Helmholtz en dirección Norte-Sur y se hizo pasar la misma corriente por ambas bobinas de Helmholtz con una fuente y se tomaron los datos del voltaje en función del tiempo inducido en la bobina pequeña.

## Resultados

Mediante la aproximación de los datos experimentales de las oscilaciones del imán por una función matemática se obtienen las frecuencias de oscilación correspondientes a los diferentes casos, los cuales se distinguen por la corriente que alimenta las bobinas. Las frecuencias halladas (elevadas al cuadrado) se presentan en el siguiente gráfico.



**Figura 1.** Cuadrado de la frecuencia de oscilación en función del momento de inercia del imán y el campo magnético de la bobina (B)

Como indica la ecuación (5), la pendiente del Figura corresponde al momento magnético del imán

$$m_b = 1,05 \pm 0,03 \text{ A.m}^2$$

$$\text{Error Rel. \%} = 3\%$$

### Pulsos inducidos por un imán permanente al atravesar una espira

La fem inducida en una bobina por un imán permanente que se mueve a lo largo de su eje se obtiene a partir de la ley de Faraday y es la derivada del flujo magnético en función de la posición del imán. La tensión inducida está dada por:

$$\varepsilon(z) = \pm v \cdot N \cdot m_b \frac{R^2}{2 \cdot L} \cdot \mu_0 \cdot \left[ \frac{1}{((z^2 + L/2)^2 + R^2)^{3/2}} - \frac{1}{((z^2 - L/2)^2 + R^2)^{3/2}} \right] \quad (6)$$

Siendo N el número de espiras de la bobina, R el radio de la espira v la velocidad del imán,  $m_b$  el momento magnético del imán,  $\mu_0$  la permeabilidad magnética, L la longitud del imán y z la posición del imán con respecto a la bobina, tomando  $z = 0$  cuando el imán está en el centro de esta.

A partir de esta ecuación se puede ver que cuando el imán pasa por el centro de la bobina, la fem inducida será 0.

## Caída de un imán permanente a través de un tubo conductor

La caída de un imán por un tubo conductor, como se ha dicho anteriormente, difiere significativamente de lo que se esperaría para un caso de caída libre. Esto se debe a que en el tubo se generan corrientes de Foucault, las cuales generan campos magnéticos que se oponen al efecto que las crea (ley de Lenz), es decir, se oponen a la variación del campo magnético en el que está inmerso el tubo, provocado por el imán. En simples palabras, las corrientes inducidas se oponen a la caída del imán generando una fuerza que contrarreste su peso, lo que da como resultado que caiga con velocidad constante. Dicha fuerza puede expresarse como:

$$F = k' \cdot v \quad (7)$$

Donde  $k'$  es una constante de proporcionalidad

Esta velocidad de caída no se vuelve instantáneamente constante, sino que varía por un breve período de tiempo según

$$v(t) = v_0 e^{-bt} + \frac{g}{b} \quad (8)$$

Siendo  $g$  la aceleración de la gravedad y  $b$  un parámetro que depende de la conductividad ( $\sigma$ ) y espesor ( $\epsilon$ ) del tubo, la masa del imán y una constante  $k$

$$b = \frac{k\epsilon\sigma}{m} \quad (9)$$

En un principio, el término de la exponencial será significativo en el valor de la velocidad, pero a medida que pase el tiempo se irá volviendo cada vez menor hasta poder despreciar lo de la ecuación. En esta situación, el imán alcanza una velocidad de caída constante, llamada velocidad límite, cuya expresión es la siguiente:

$$v = \frac{mg}{k_a \cdot m \frac{2}{b}} \quad (10)$$

La generación de corrientes de Foucault también puede entenderse desde el punto de vista energético. Como la velocidad del imán es constante, no hay variación de energía cinética, sin embargo como la energía potencial del imán está disminuyendo, por conservación de la energía,

otro tipo de energía debe aumentar. Esta energía es la responsable de la creación de las corrientes, y luego se disipa en forma de calor, por efecto Joule.

## **Materiales**

Tres tubos conductores de los siguientes materiales: aluminio, cobre, bronce. Bobinas de alambre de cobre, imán permanente, balanza, sistema de adquisición asociado a la PC, amplificador de instrumentación, pesas de 10g.

## **Desarrollo**

*1) Estudio de las corrientes generadas por la caída del imán, al variar el material del tubo conductor.*

Se colocaron 16 bobinas de 20 vueltas hechas con alambre de cobre y distribuidas cada 10 cm a lo largo de un tubo del mismo material conectadas en serie. Se conectaron las espiras a un sistema de adquisición asociado a la PC y se dejaron caer los dos imanes pegados a través del tubo, primero con un polo hacia abajo y luego, con el otro. La fem inducida es registrada en la pc utilizando el programa Logger Pro.

Se repite la experiencia anterior en tubos de aluminio y cobre.

*2) Estudio de la variación de la velocidad límite de la caída de un imán permanente por un tubo conductor al variar la masa del imán.*

Se utiliza el mismo arreglo experimental que en el caso anterior con la diferencia que ahora se deja caer por los tubos un imán pegado a un tornillo, al cual se le pueden adosar pequeñas pesas de 10 g cada uno. Primeramente, se deja caer el imán solo y luego se agregan las pesas de una en una. La fem inducida es registrada en la PC utilizando el programa Logger Pro.

## **Resultados**

*1) Estudio de las corrientes generadas por la caída del imán, al variar el material del tubo conductor*

Se presentan a continuación dos pares de datos para el tubo de bronce. Esto se debe a que la caída del imán se analiza de forma separada según qué polo sea el que apunte hacia abajo. Para hacer esta distinción, el imán poseía un pequeño triángulo de papel pegado en un polo, lo cual nos lleva a las siguientes referencias:

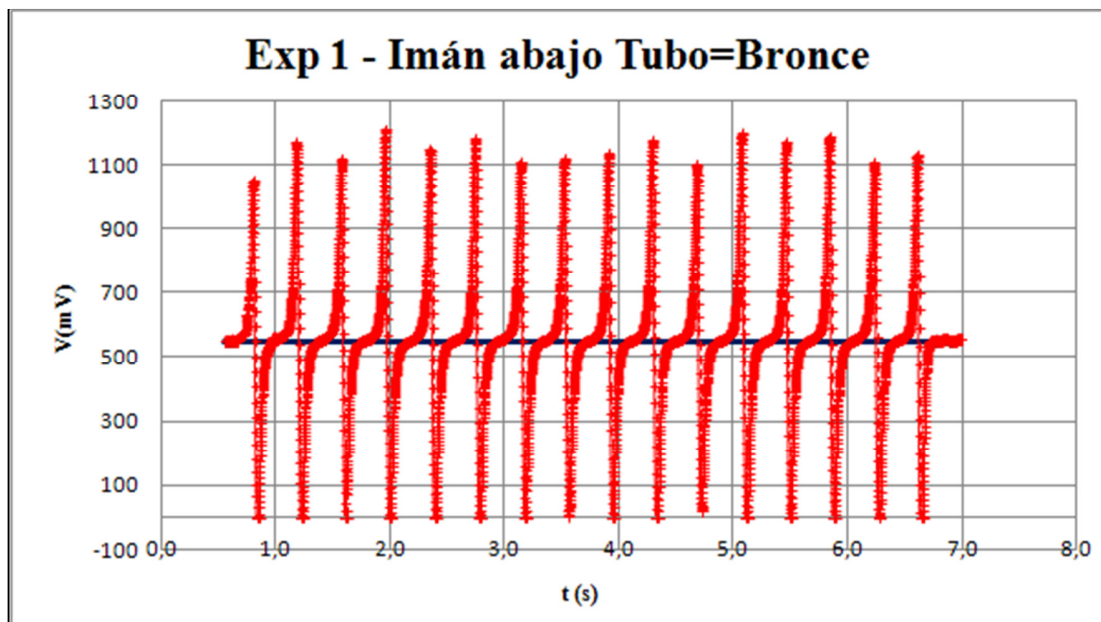
Imán abajo: significa que el experimento se realizó con el polo del triángulo hacia abajo.

Imán arriba: significa que el experimento se realizó con el polo del triángulo hacia arriba.

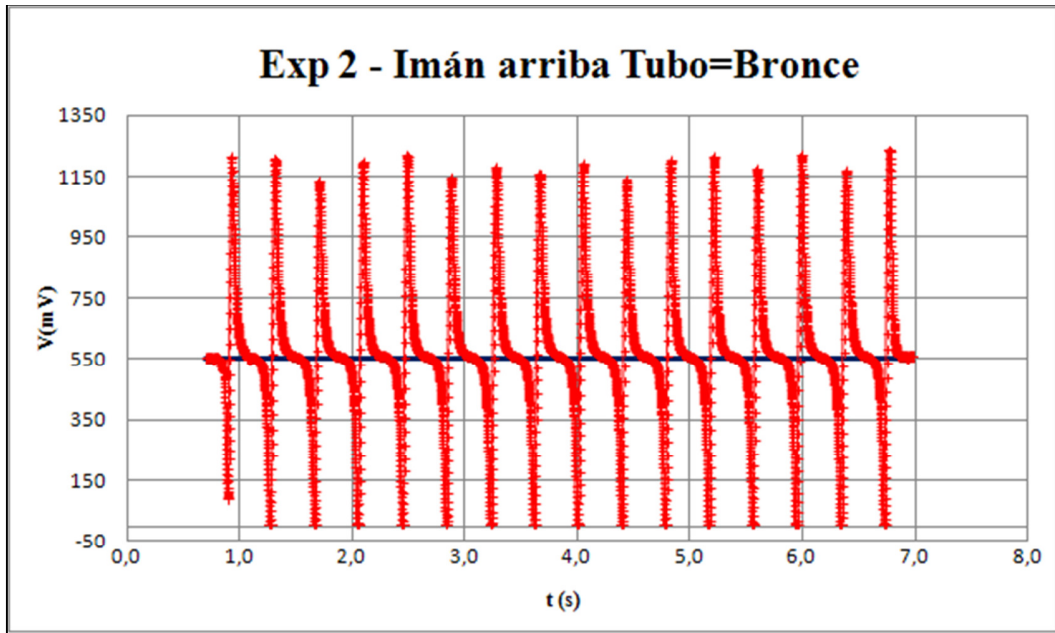
En el caso del aluminio y cobre se muestran los resultados correspondientes a un polo solo. Esta sección finaliza con la comparación entre las velocidades límite halladas para los diferentes materiales, en función de la conductividad de los mismos.

En esta parte del trabajo también se evaluará el momento magnético hallado en la primer parte del trabajo, a partir de la estimación de uno de los pulsos del tubo de cobre, utilizando la ecuación (6).

1) a) Bronce



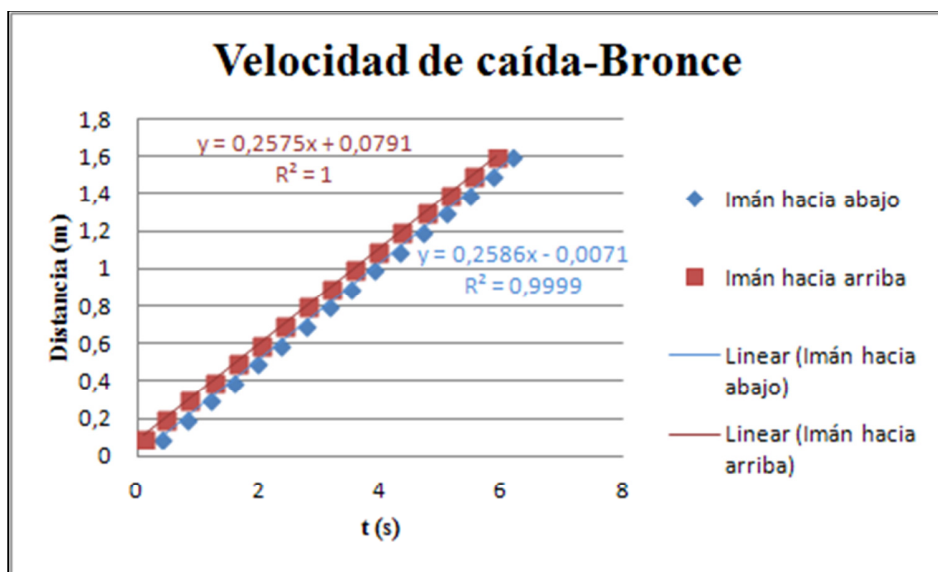
**Figura 2.** Tensión medida en las bobinas colocadas alrededor de un tubo bronce en función del tiempo de caída del imán, con el imán hacia abajo.



**Figura 3.** Tensión medida en las bobinas colocadas alrededor de un tubo bronce en función del tiempo de caída del imán, con el imán hacia abajo.

En los gráficos anteriores se puede ver que la única diferencia que hay entre la caída del imán hacia abajo y hacia arriba es la manera en la que se inicia el pulso (ya que la amplitud y la frecuencia es la misma en ambos casos). Con el imán hacia arriba el voltaje sube de manera gradual y luego cae verticalmente y con el imán hacia abajo es al revés.

Esto es igual independientemente de cuál sea el tubo por el que está pasando el imán, por lo que sólo utilizaremos los datos del imán hacia abajo.



**Figura 4.** Velocidades de caída del imán hacia abajo y hacia arriba por el tubo de bronce. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

Imán hacia arriba:  $v = 0,2575 \pm 0,0004$  m/s

Imán hacia abajo:  $v = 0,2586 \pm 0,0006$  m/s

Se puede ver que a pesar de que cambie el polo que apunta hacia abajo la velocidad de caída de éste no varía significativamente, por lo que de ahora en adelante utilizaremos sólo los datos de la caída del imán hacia abajo para determinar la velocidad.

1) b) Aluminio

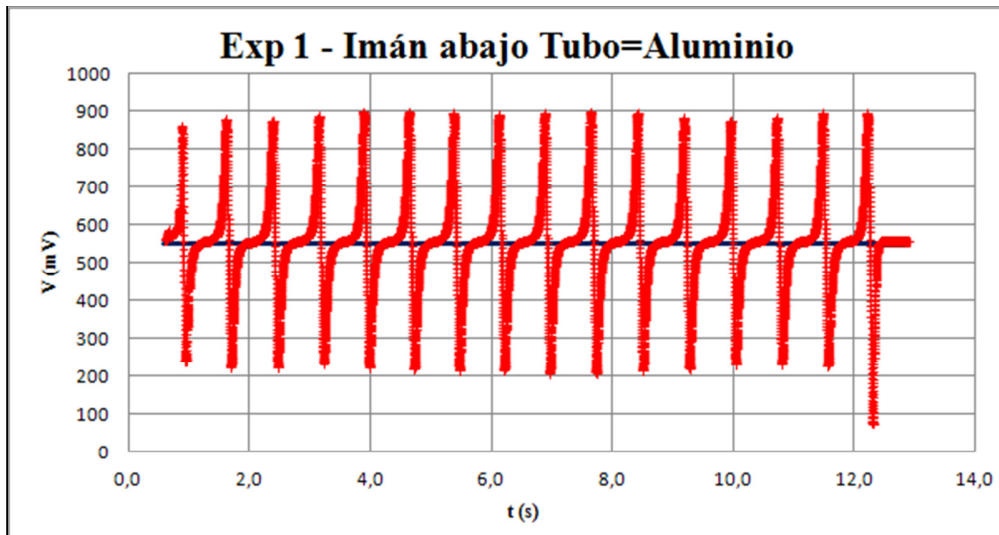


Figura 5. Tensión medida en las bobinas colocadas alrededor de un tubo aluminio en función del tiempo de caída del imán, con el imán hacia abajo.

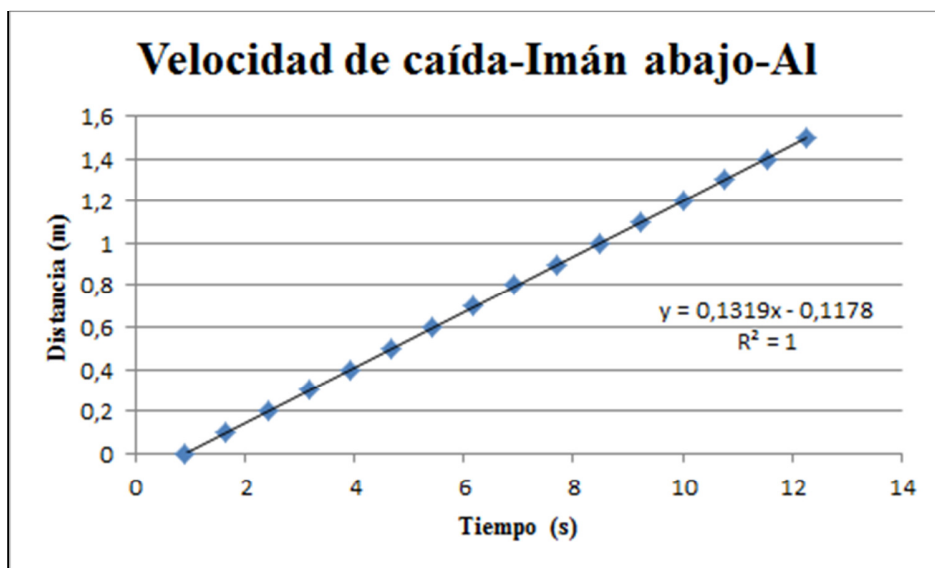
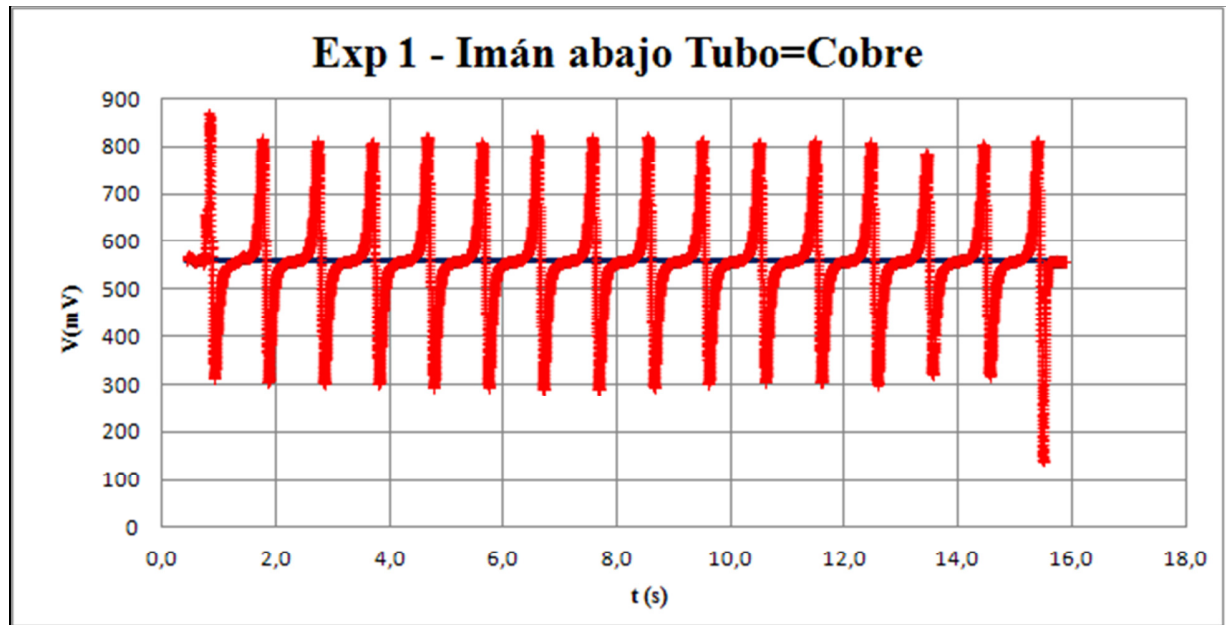


Figura 6. Velocidad de caída del imán con el imán hacia abajo por el tubo de aluminio. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de alambre de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

$$v = 0,1319 \pm 0,0003 \text{ m/s}$$

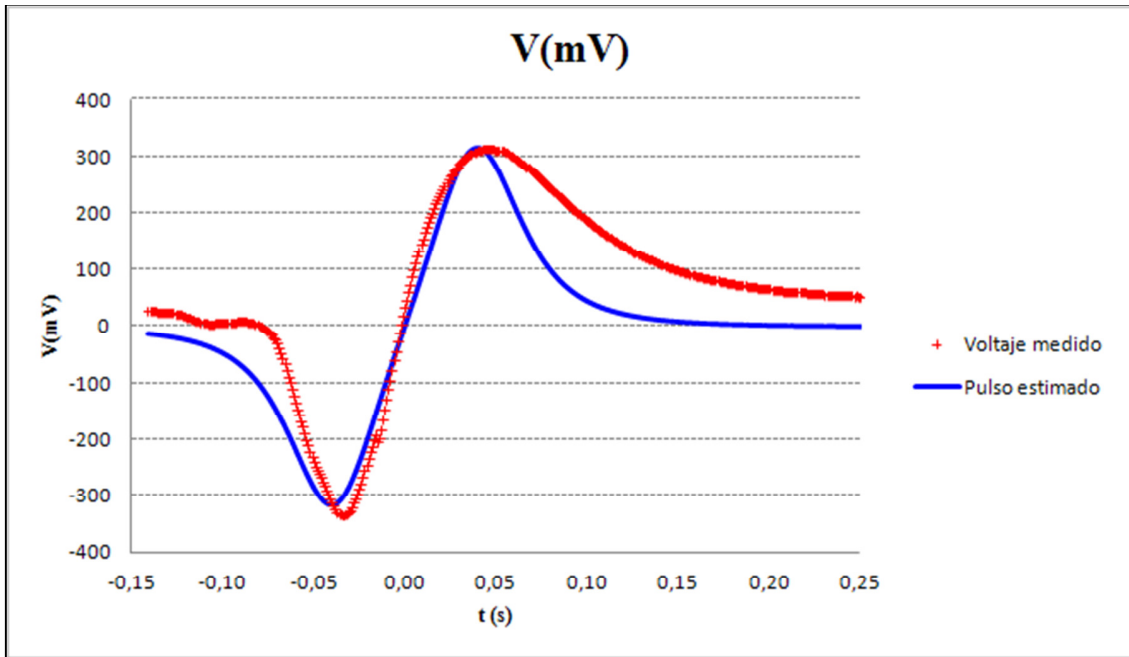
1) c) Cobre



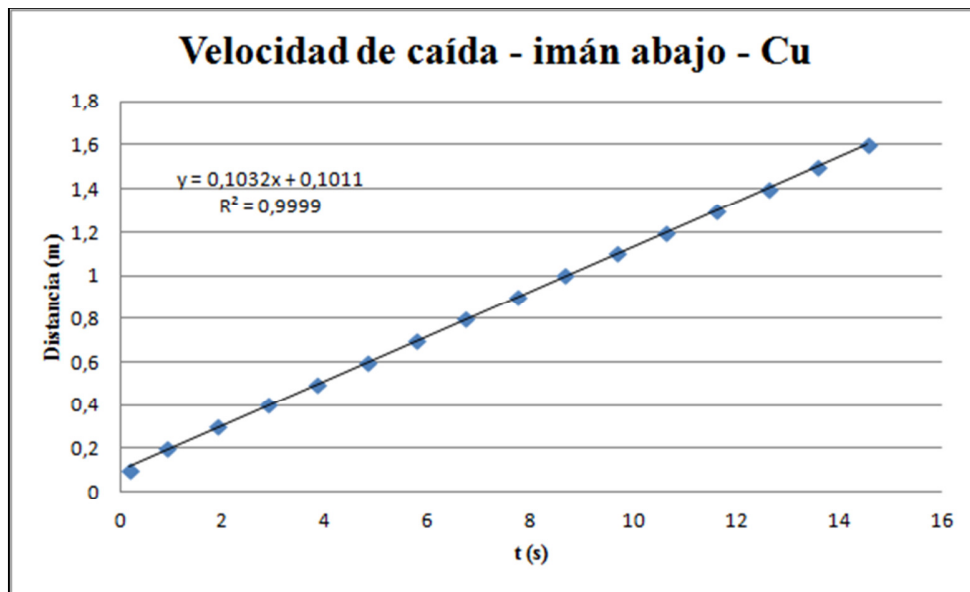
**Figura 7.** Tensión medida en las bobinas colocadas alrededor de un tubo cobre en función del tiempo de caída del imán, con el imán hacia abajo.

Comprobación del momento magnético

Para evaluar el momento magnético calculado en la primer parte de este trabajo, se seleccionó uno de los pulsos del Figura anterior y se lo comparó con un la curva descrita por la ecuación (6). El valor de velocidad utilizado corresponde al de la velocidad límite, que se obtiene más adelante, del Figura (9).

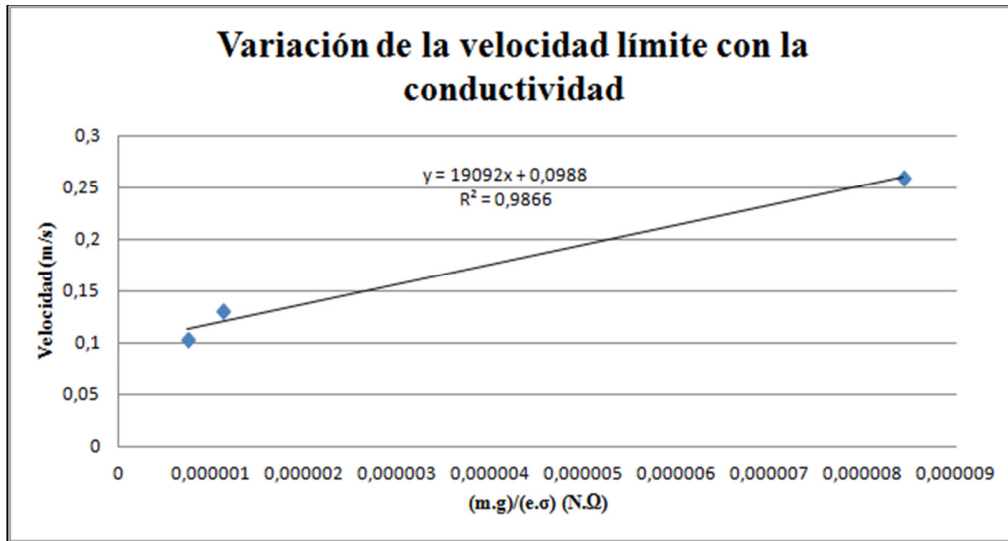


**Figura 8.** Estimación del pulso utilizando la ecuación (6), siendo  $z = v \cdot t$ .



**Figura 9.** Velocidad de caída del imán con el imán hacia abajo por el tubo de cobre. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

$$v = 0,1032 \pm 0,0003 \text{ m/s}$$



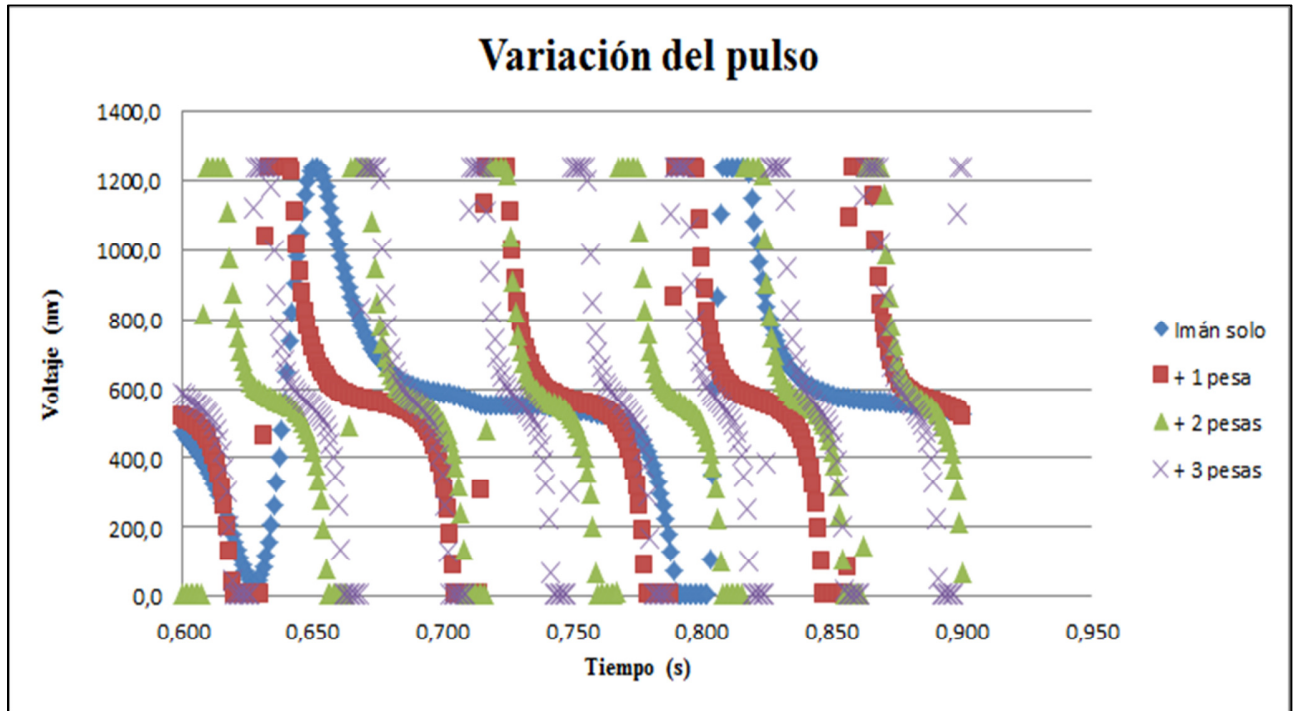
**Figura 10.** Velocidad límite vs conductividad eléctrica. Los puntos representan, de izquierda a derecha, los valores del cobre, aluminio y bronce. La pendiente del Figura corresponde a  $1/k$

2) Estudio de la variación de la velocidad límite de la caída de un imán permanente por un tubo conductor al variar la masa del imán.

Los datos se presentan ordenados por material de la siguiente manera: primero se analizan la variación de los pulsos medidos conforme aumente el número de pesas y luego las velocidades límite halladas para cada caso así como su dependencia con la masa del imán.

a) Bronce

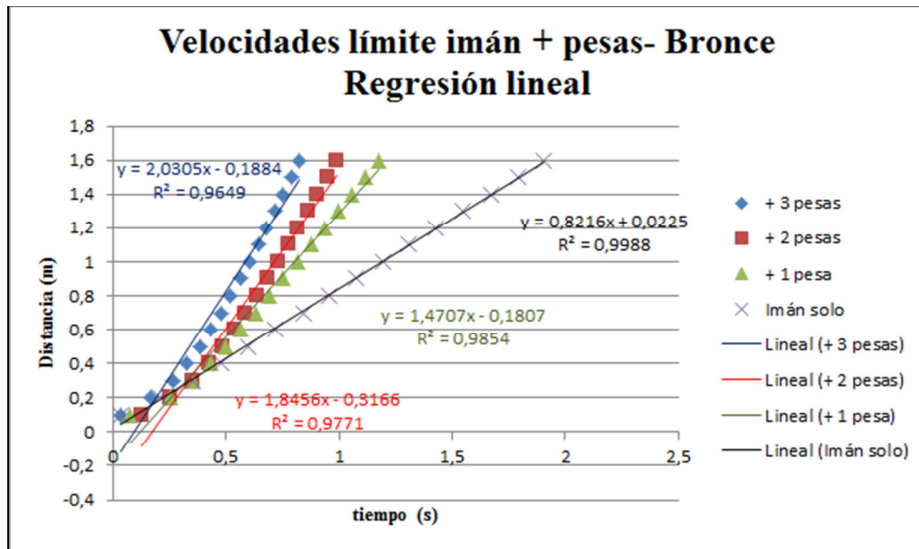
i) Variación de los pulsos medidos



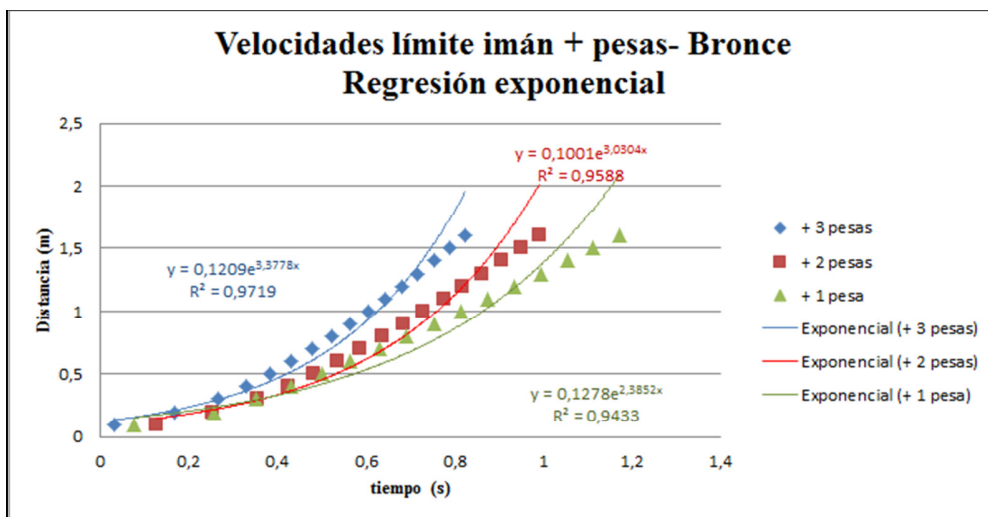
**Figura 11.** Tensión medida en las bobinas colocadas alrededor de un tubo de bronce en función del tiempo de caída del imán sólo, del imán con una, dos y tres pesas.

Puede observarse que al aumentar el peso del imán, los pulsos que se generan en las bobinas son más frecuentes. Esto sucede independientemente del material del tubo conductor y nos indica que la velocidad de caída del imán aumenta con la adición de masa.

ii) Variación de la velocidad límite



**Figura 12.** Velocidad de caída del imán sólo, con una, dos y tres pesas por el tubo de bronce, con el agregado de la estimación lineal. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.



**Figura 13.** Velocidad de caída del imán sólo, con una, dos y tres pesas por el tubo de bronce, con el agregado de la estimación exponencial. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

Como puede observarse la regresión exponencial ajusta mejor los primeros puntos del gráfico,

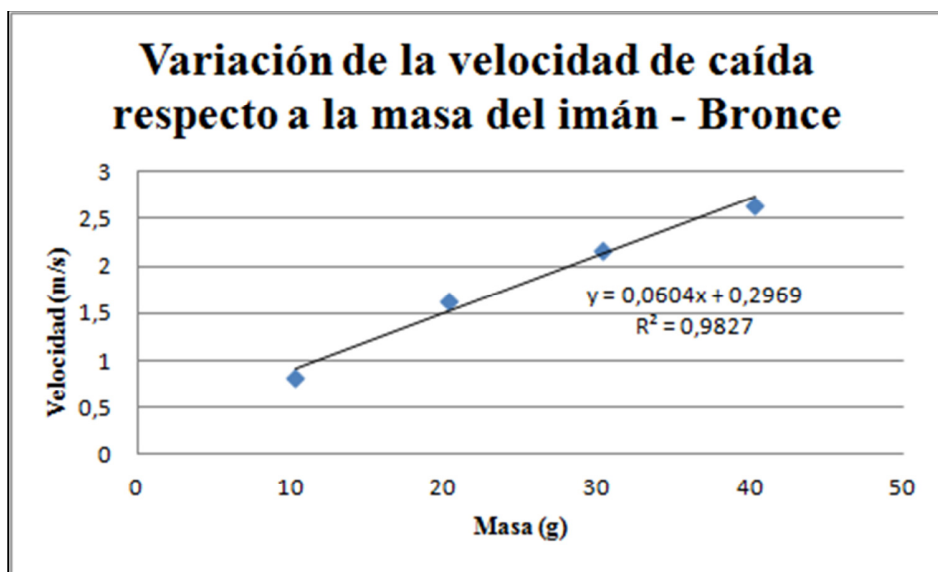
pero a partir de la quinta medición aproximadamente ya es posible considerar que el sistema evoluciona linealmente. Para hallar la velocidad límite en este caso, se realizó la estimación lineal de las últimas mediciones, obteniéndose los siguientes resultados:

$$v_0 = 0,822 \pm 0,008 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 1,6432 \pm 0,008 \text{ m/s}$$

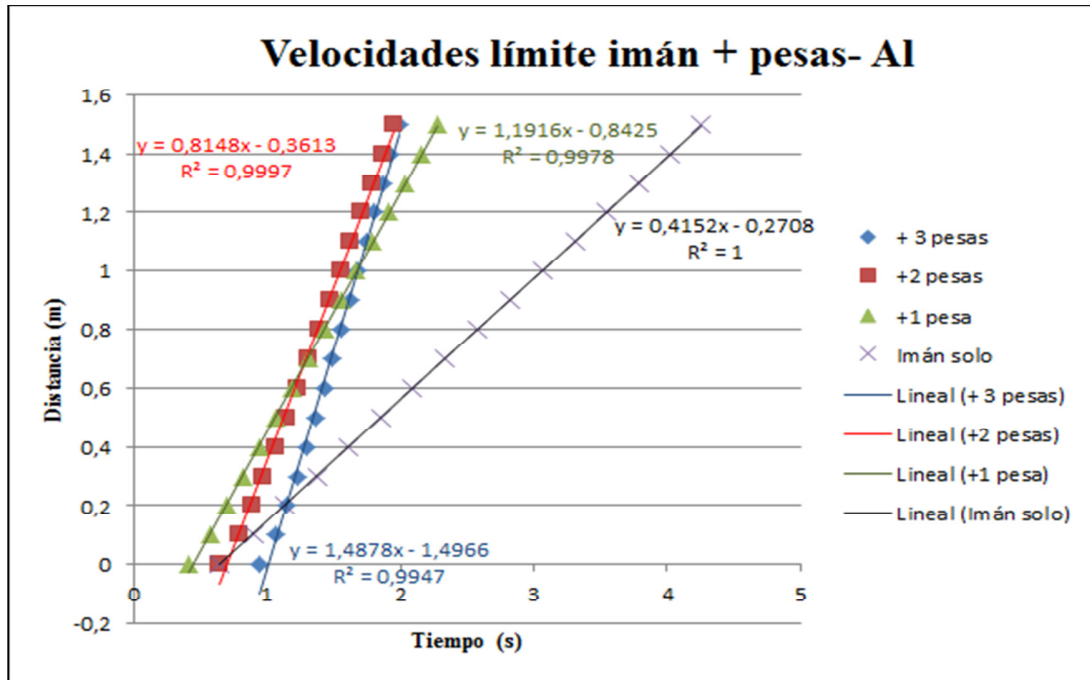
$$v_2 = 2,1785 \pm 0,02 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 2,6563 \pm 0,03 \text{ m/s}$$



**Figura 14.** Velocidad de caída del complejo imán + pesas en función de la masa del mismo por el tubo de bronce.

b) Aluminio



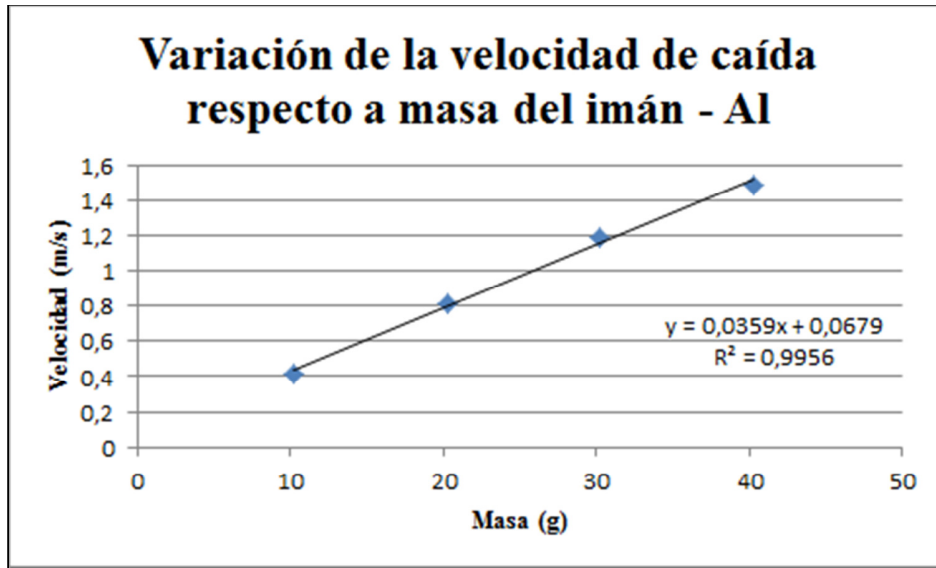
**Figura 15.** Velocidad de caída del imán sólo, con una, dos y tres pesas por el tubo de aluminio. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

$$v_0 = 0,4152 \pm 0,0005 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 0,815 \pm 0,004 \text{ m/s}$$

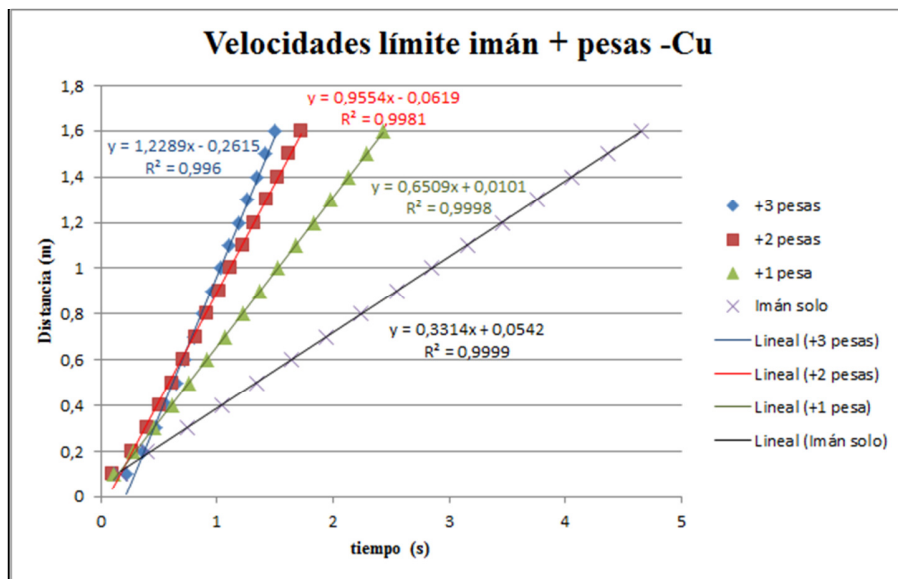
$$v_2 = 1,192 \pm 0,02 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 1,49 \pm 0,03 \text{ m/s}$$



**Figura 16.** Velocidad de caída del complejo imán + pesas en función de la masa del mismo por el tubo de aluminio.

c) Cobre



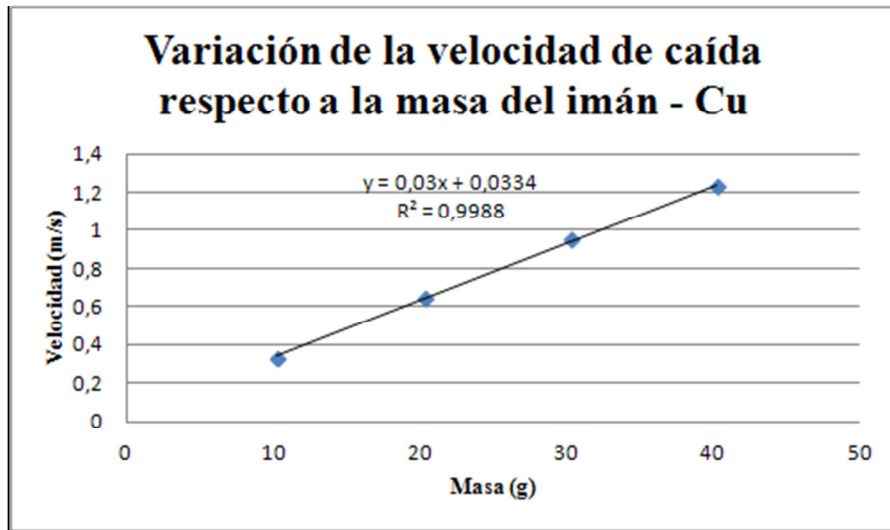
**Figura 17.** Velocidad de caída del imán sólo, con una, dos y tres pesas por el tubo de cobre. Los ejes corresponden a la distancia entre las espiras de cobre enrolladas en el tubo (separadas 10 cm entre sí) en función del tiempo en el que el imán atravesó el centro de una espira.

$$v_0 = 0,3314 \pm 0,0009 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 0,651 \pm 0,003 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0,95 \pm 0,01 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 1,23 \pm 0,02 \text{ m/s}$$



**Figura 18.** Velocidad de caída del complejo imán + pesas en función de la masa del mismo por el tubo de cobre.

## Conclusiones y discusión

1) *Estudio de las corrientes generadas por la caída del imán, al variar el material del tubo conductor*

Se ha comprobado que el imán desciende por los tubos conductores con una velocidad constante, que se alcanza casi instantáneamente, lo cual puede verse no sólo de los gráficos (4), (6) y (8) sino de los gráficos de pulsos, ya que estos se encuentran en todos los casos separados equidistantemente.

Por otro lado se observó que la velocidad límite disminuye conforme aumenta la conductividad del material. Y, se logró ver también que, al disminuir ésta, la amplitud de los pulsos generados en cada espira es menor, como se esperaba a partir la ecuación (6).

Al analizar el Figura (8), se observa que, con el valor del momento magnético y la velocidad límite hallada, es posible estimar el pulso medido aceptablemente. De la diferencia entre las curvas, podemos concluir que la ecuación (6) no se ajusta exactamente a la realidad, ya que representa una curva simétrica, mientras que los pulsos medidos no son ondas perfectas.

2) *Estudio de la variación de la velocidad límite de la caída de un imán permanente por un tubo conductor al variar la masa del imán.*

A partir de los gráficos (16) y (18), para los tubos de Aluminio y Cobre se comprueba que la velocidad límite no sólo aumenta con la masa del imán, sino que lo hace linealmente, como se esperaba según la ecuación (10).

Sin embargo, se observó un comportamiento muy distinto en el tubo de bronce. A partir del agregado de las pesas, la velocidad ya no se ajusta perfectamente con una regresión lineal, es decir, no es constante. Al comparar con la regresión exponencial, vemos que esta ajusta mejor para el caso del agregado de tres pesas. Esto demuestra que la velocidad sigue la ecuación (8) ya que podemos comprobar el aporte del término exponencial a su expresión, el cual no es despreciable para el tubo de bronce (como sí lo es en los otros) en un intervalo de tiempo considerado. Este fenómeno sólo fue observado en el tubo de bronce ya que el parámetro  $b$  es menor debido a que también lo es la conductividad de este material (el espesor de los tubos es aproximadamente el mismo en los tres casos). El parámetro disminuye, además, con el aumento de la masa del imán, lo cual explica que el ajuste exponencial es más preciso conforme aumenta la cantidad de pesas agregadas. Sin embargo, si tomamos las últimas mediciones realizadas, en las cuales el sistema se comporta aproximadamente lineal, es posible determinar un valor para la velocidad límite. Al graficar esta última en función de la masa de imán, se observa una situación semejante a la de los tubos de Aluminio y Cobre, con la salvedad de que el ajuste no es tan bueno (tiene un valor de  $R^2$  menor)

La dependencia de  $b$  con la masa puede observarse también en las experiencias con los tubos de aluminio y cobre, en los cuales, el punto correspondiente a la primer medición se aleja de la línea de tendencia notoriamente conforme aumenta el número de pesas agregadas.

### **Bibliografía**

GIL, SALVADOR (2013) *Experimentos de Física*. Alfaomega Buenos Aires.  
SEARS; ZEMANSKY (2009) *Física Universitaria*. Pearson Educación. México.