Ezequiel Laurenti, Julián Morganella, Mariana Ojeda, Daniel Perez, Juan Ignacio Regueira.

ezee.laurenti@gmail.com, julianmorganella@gmail.com, anairam.th@gmail.com, daniel.92.perez@gmail.com, jregueira95@gmail.com

Física I
UNLaM - Depto. de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas
2016

Resumen:

Se midió el periodo de oscilación y la longitud de distintas varillas y, a partir de estos valores, se calculó el módulo de la aceleración gravitatoria.

Objetivos del Trabajo Práctico:

- Analizar la relación entre el periodo de oscilación de una varilla, suspendida de un extremo, y su longitud.
- Determinar el valor local de la aceleración gravitatoria.

Marco Teórico:

Consideramos una varilla homogénea de masa *m* y longitud *L*, suspendida en uno de sus extremos (*O*), de modo que pueda oscilar libremente en torno a un eje horizontal.

La ecuación que rige la oscilación de la varilla puede obtenerse a partir de la ecuación de momentos: $\sum \vec{M}_o = I_o \vec{\alpha}$, donde $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular.

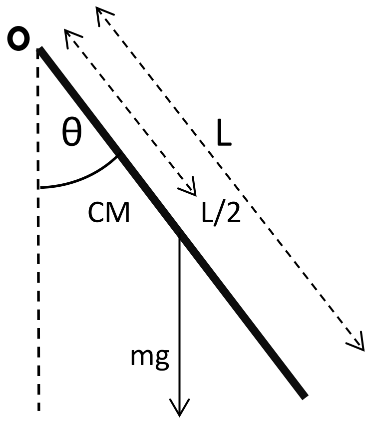
El momento de inercia Baricéntrico con respecto a un eje horizontal es $I_{CM} = m\frac{L^2}{12}$. Aplicando Steiner se obtiene el momento de inercia con respecto al eje de rotación: $I_o = I_{CM} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2$, entonces $I_o = m\frac{L^2}{12} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = m\frac{L^2}{3}$.

Despreciando la fricción, la fuerza *mg* se considera como aplicada al centro de masa. Entonces $M_o = -mg\frac{L}{2}\sin(\theta)$. Sabiendo que la aceleración angular es la segunda derivada temporal de la posición angular, $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$, la ecuación de momentos queda: $M_o = -mg\frac{L}{2}\sin(\theta) = m\frac{L^2}{3}\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

Simplificando la masa de la varilla e igualando a cero, se obtiene la ecuación diferencial que rige la evolución de la oscilación de la varilla : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L}\sin\theta = 0$.

Si consideramos oscilaciones de pequeña amplitud, de manera que sea válida la aproximación $\sin(\theta) \cong \theta$, nos queda: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L}\theta = 0$.

Esta última ecuación se corresponde con la de una oscilación armónica de pulsación $\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$, de donde obtenemos que el periodo de la osciación se relaciona con la longitud de la varilla y con la aceleración gravitatoria en la forma $T^2 = \frac{8\pi^2}{3g}L$.



Materiales a utilizar:

- 10 Varillas de diferente longitud.
- 1 Cinta métrica.
- 1 Soporte empotrado.
- 1 Soporte universal.
- 1 Doble nuez.
- 1 Cronometro de barrera infrarroja.

Desarrollo del trabajo práctico:

Se midió la longitud de cada una de las diez varillas utilizando la cinta métrica. Luego de esto, medimos el periodo de oscilación de las varillas utilizando el cronómetro controlado mediante infrarrojo.

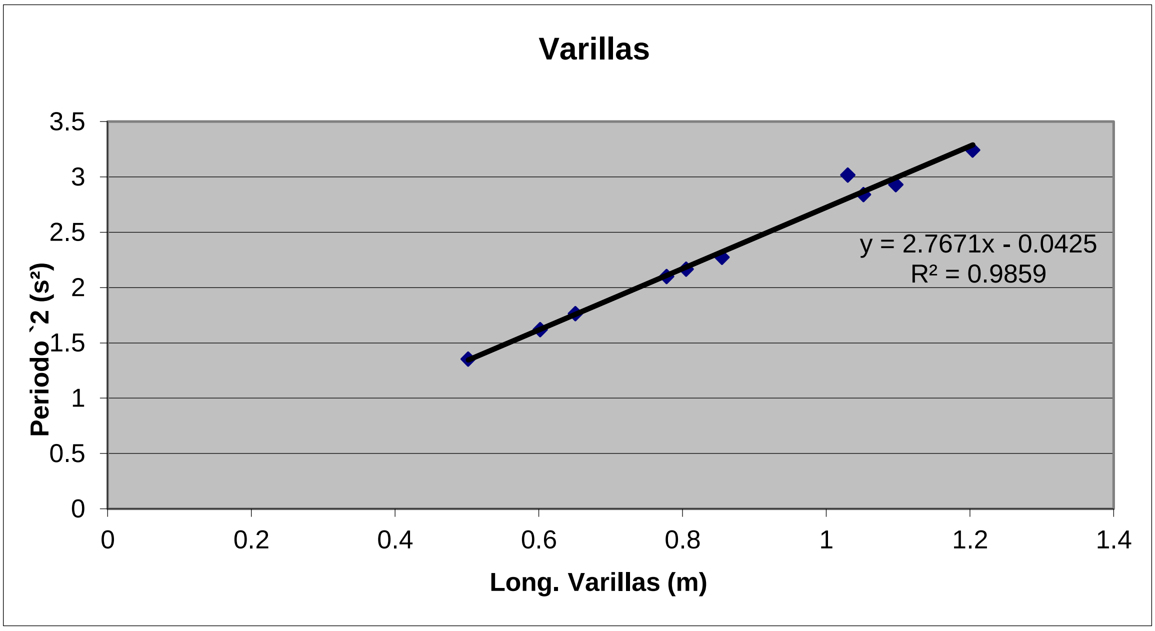
Colocamos el cronómetro en modo Péndulo y soltamos las varillas una a una, controlando que el ángulo sea menor a 10º con respecto a la vertical para tener oscilaciones de pequeña amplitud. Al pasar la varilla por el sensor por tercera vez, el cronometro se detendrá, indicándonos el periodo de oscilación de la varilla utilizada.

Luego de realizar las mediciones correspondientes a cada varilla, completamos una tabla donde indicamos la longitud de las mismas, sus respectivos periodos de oscilación y el periodo elevado al cuadrado.

	VALORES MEDIDOS		VALOR CALCULADO
Varilla	Longitud (m)	Período (s)	Período al cuadrado (s^2)
1	0,502	1,163	1,352569
2	0,602	1,272	1,617984
3	0,651	1,328	1,763584
4	0,805	1,472	2,166784
5	1,03	1,737	3,017169
6	0,855	1,508	2,274064
7	1,097	1,712	2,930944
8	0,778	1,449	2,099601
9	1,052	1,685	2,839225
10	1,204	1,801	3,243601

A partir de esta tabla realizamos la gráfica del cuadrado del periodo en función de la longitud, calculando la recta de regresión lineal y el correspondiente coeficiente de correlación (R^2).

Resultados:



Calculamos el módulo de la aceleración gravitatoria a partir de la expresión teórica de explicada en el marco teórico, llamando $m = \frac{T^2}{L}$ donde m es la pendiente de la recta de regresión lineal.

$$g = \frac{8\pi^2}{3m}$$

$$g = \frac{8\pi^2}{3 * 2.7671}$$

$$g = 9.511$$

Luego de esto, debemos calcular la incertidumbre correspondiente al módulo de la aceleración gravitatoria, tomando como datos para la resolución del cálculo la incertidumbre de la pendiente, la cual obtenemos con la ayuda de una planilla de cálculo (Excel), a partir del método de Regresión Lineal (ver Anexo A)

Propagando errores mediante el método de las derivadas parciales, tenemos:

$$\mu g = \left|\frac{\delta g}{\delta m}\right| \mu m$$

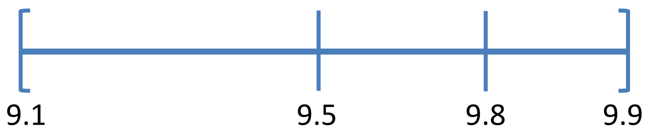
$$\mu g = \left|\frac{-8\pi^2}{3m^2}\right| \mu m$$

$$\mu g = \left|\frac{-8\pi^2}{3 * 2.7671^2}\right| 0.1171$$

$$\mu g = 0.4025$$

Discusión:

Como resultado de este trabajo se obtuvo que el valor del módulo de la aceleración gravitatoria es: $\boldsymbol{g = (9.5 \pm 0.4)\frac{m}{s^2}}$, con lo cual el valor local de $\boldsymbol{g = 9.8\frac{m}{s^2}}$. se encuentra dentro del intervalo de valores obtenidos a partir de nuestro experimento.



Conclusiones:

El resultado obtenido, demuestra la validez del método de ensayo empleado para analizar la relación entre el periodo de oscilación de una varilla, suspendida de un extremo, y su longitud, y a partir de esta relación, determinar el valor local de la aceleración gravitatoria.
Queda también demostrada la validez del método de propagación de incertidumbres, como así también el ajuste mediante regresión lineal a partir del criterio de los cuadrados mínimos.

Bibliografía:

Física Universitaria volumen 1, YOUNG, HUGH D. y ROGER A. FREEDMAN

Física para ciencias e ingeniería, RAYMOND A. SERWAY Y JOHN W. JEWETT, Jr.

Propagación de incertidumbres, LABORATORIO DE FISICA I-FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS (UBA)

Ajuste de funciones mediante regresión lineal, LABORATORIO DE FISICA - UNLaM

Anexo A: Resumen de Regresión Lineal

Resumen de Regresión Lineal						
Estadísticas de la regresión						
Coeficiente de correlación múltiple	0.992902466					
Coeficiente de determinación R^2	0.985855307					
R^2 ajustado	0.984087221					
Error típico	0.081895842					
Observaciones	10					
ANÁLISIS DE VARIANZA						
	Grados de libertad	*Suma de cuadrados*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Valor crítico de F*	
Regresión	1	3.739670557	3.739670557	557.583153	1.10079E-08	
Residuos	8	0.053655431	0.006706929			
Total	9	3.793325988				
	Coeficientes	*Error típico*	*Estadístico t*	*Probabilidad*	*Inferior 95%*	*Superior 95%*
Intercepción	-0.04254787	0.103782083	-0.409973177	0.6925845	-0.281869782	0.196774042
Variable X 1	2.76714129	0.117186211	23.61319871	1.1008E-08	2.496909402	3.037373177