Errar es humano...experimentar es divino

María Paula Coluccio y Patricia Picardo
Laboratorio I de Física
para Biólogos y Geólogos
Depto. de Física, FCEyN, UBA
1999

Resumen:

En el presente trabajo nos proponemos estimar el valor de la aceleración de la gravedad (**g**), realizando un experimento sencillo. En él usamos un péndulo simple y medimos el período del mismo en función de su largo.
Estas magnitudes, al ser medidas directamente tienen un error asociado que se propagará para obtener el valor del error de **g** (magnitud medida indirectamente).

Introducción:

Cuando nos proponemos encontrar la ley subyacente entre dos variables, realizamos mediciones de cada una de ellas y luego las graficamos de a pares para encontrar la posible relación. Pero las mediciones realizadas, por más cuidadoso que resulte el experimentador, están sujetas a errores. Los errores pueden producirse por las limitaciones de los instrumento utilizados, del método de medición, del observador y algunos otros son debidos a causas fortuitas.
Cuando estas mediciones son utilizadas para determinar otras magnitudes en forma indirecta, éstas también resultarán sujetas a error, por propagación de incertidumbre de los datos medidos directamente. Es decir que los parámetros de la relación funcional encontrada (aplicando lo aprendido en el T.P. anterior, y utilizando el programa Origin 4.0) tendrán un error asociado.
En el presente trabajo nos proponemos encontrar la relación entre el largo y el período de un péndulo simple♣, sabiendo que éste es independiente de la masa suspendida, y teniendo en cuenta los errores y su propagación. Esto

---

♣ (1)Un péndulo simple es un cuerpo idealizado que consiste en una masa puntual suspendida por una cuerda de masa despreciable e inextensible. Cuando se toma la masa y se la separa hacia un lado de su posición de equilibrio soltándola a continuación, el péndulo comienza a oscilar en un plano vertical por la influencia de la gravedad. El movimiento es periódico y oscilatorio.
El período de un péndulo simple cuando su amplitud es pequeña es : $T = 2\pi * (L/g)^{1/2}$
Nótese que el período es independiente de la masa de la partícula suspendida.
(1) *Física, Parte 1,* David Holliday, Robert Resnick, Compañía Editorial Continental, S.A., México (1980).

nos servirá para encontrar en forma experimental el valor de la aceleración de la gravedad.

Sabemos que el período, es decir, el tiempo que el péndulo tarda en completar una oscilación, es proporcional al largo elevado a una potencia, es decir:

$$\mathbf{T = A * L^n}$$

Además A depende de **g** que es la aceleración de un cuerpo debida a la atracción gravitatoria que la Tierra ejerce sobre él. No es una constante ya que varía con la distancia al centro de la Tierra. Cuando la distancia es alta (en latitudes bajas), la aceleración de la gravedad es menor. Por lo tanto, el valor que hallaremos experimentalmente de g, dependerá de la latitud de la ciudad de Bs. As.

Método experimental:

Para realizar el práctico utilizamos un péndulo simple, una cinta métrica, y un cronómetro (de mínima apreciación = 0.01 seg). La experiencia consistió en medir el tiempo que tarda el péndulo en completar una oscilación completa, variando el largo del péndulo.

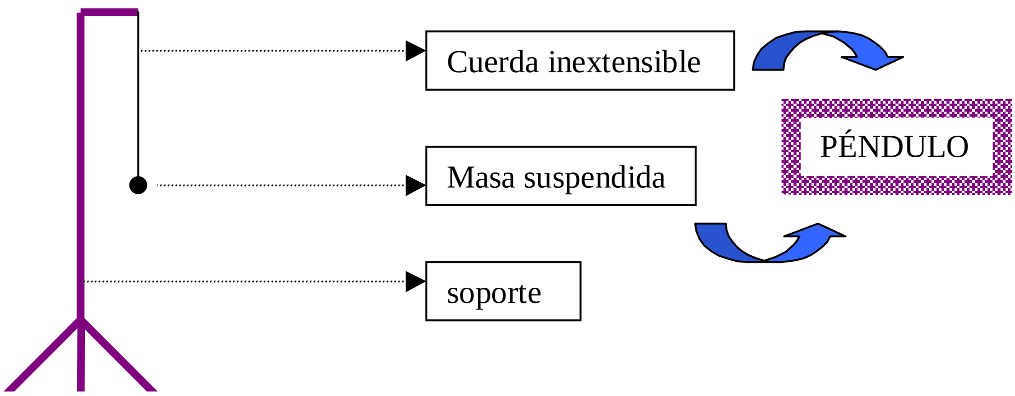
Los errores cometidos son : error del observador, y error de la mínima medición del instrumento utilizado, siendo este último despreciable frente al primero.

Para minimizar el error del observador, en vez de tomar el tiempo de varias oscilaciones por separado para un mismo largo, tomamos el tiempo de 20 oscilaciones para un mismo largo, todas de una vez.

Medimos el período para largos diferentes. Con estos datos y utilizando el programa Origin 4.0 construimos los gráficos necesarios para poder estimar la relación funcional entre ambas variables.

Sabiendo que la relación entre **T** y **L** es exponencial, para que el diagrama de dispersión tienda a una recta debemos hacer una transformación de las escalas lineales a escalas logarítmicas. Luego, mediante el método de mínimos cuadrados determinamos la recta que mejor ajusta y a partir de ella estimamos el valor de **g**.

Diagrama de bloques.



Resultados y discusión:

Los datos obtenidos teniendo en cuenta el error son:

Largo (cm)	Período (seg.)
102.5	2.0250
80.5	1.8125
74.5	1.7385
67.5	1.6500
61.5	1.5730
51.5	1.4405
43.5	1.3380
37.0	1.2320
32.5	1.1490
27.0	1.0510
20.5	0.9120

El diagrama de dispersión de T(L) tenía el aspecto de una curva. Entonces para comprobar si T es proporcional a L elevado a una potencia, es decir $T(L) = A * L^n$, transformamos las escalas lineales de ambos ejes en logarítmicas. Así obtuvimos la Figura 1, con la cual comprobamos nuestra suposición.

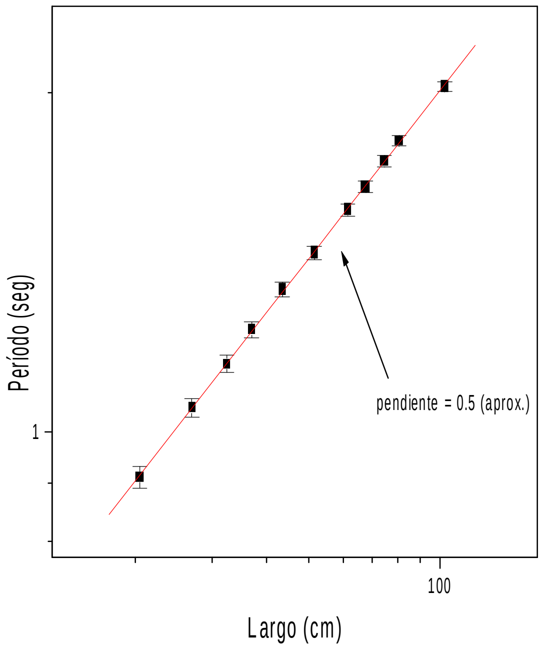


Figura 1: Período en función del largo del péndulo. Nótese la escala logarítmica utilizada en ambos ejes. Los puntos corresponden a los datos experimentales, y la recta es la que mejor ajusta a dichos puntos. Las barras sobre cada punto corresponden al error. El coeficiente de correlación (**R**) es 0.999. Esto quiere decir que el 99.9 % de los cambios del período se relacionan con el 99.9 % de los cambios en el largo.

La pendiente de la recta nos sirve para estimar el parámetro n con su error correspondiente. Para estimar A graficamos $T(L^n)$, Figura 2, donde la pendiente es un estimador de A. Entonces:

$$\mathbf{A = (0.199 \pm 0.001)\ seg/cm^{1/2}} \qquad\qquad \mathbf{n = (0.496 \pm 0.004)}$$

Además sabemos que la constante de proporcionalidad A depende de la aceleración de la gravedad, y que guardan la siguiente relación:

$$A = 2\pi/(g)^{1/2}$$

A partir del valor de **A** obtuvimos el siguiente valor de g:

$$\mathbf{g = (986{,}960 \pm 1 * 10^{-3})\ cm/seg^2}$$

En cada uno de los gráficos figura el análisis de correlación que es una herramienta estadística de la cual nos valemos para medir el grado de asociación que existe entre las dos variables. El valor de **R** (coeficiente de correlación), expresado en porcentaje, nos indica el porcentaje de los cambios de y que se relacionan con el mismo porcentaje de los cambios de x.

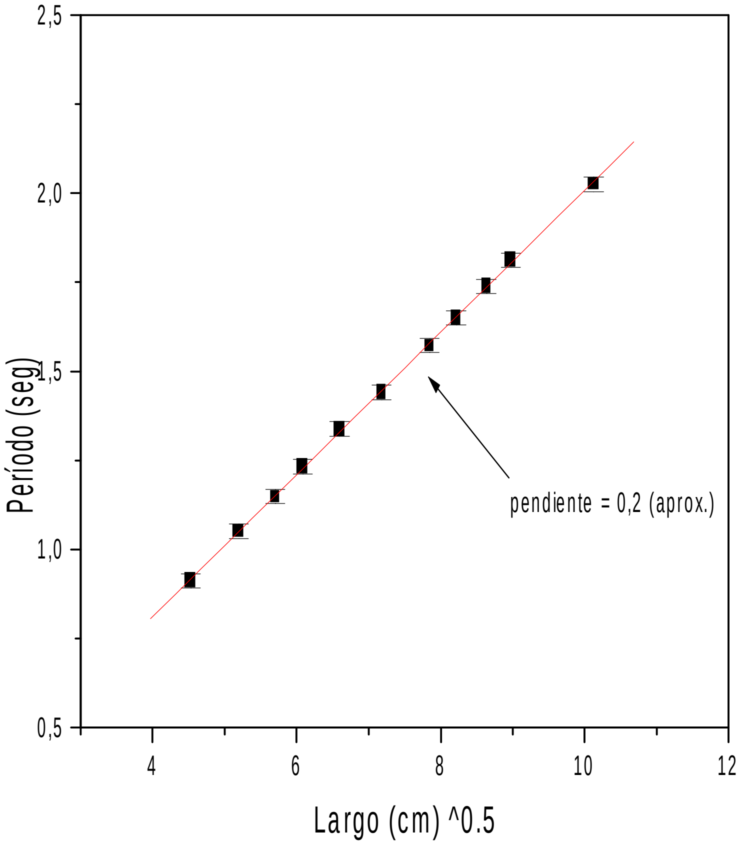


Figura 2: Período en función del largo elevado a la 0.5. Los puntos corresponden a los datos experimentales, y la recta es la que mejor ajusta a dichos datos. Las barras sobre cada punto indican el error de cada medición. El coeficiente de correlación (**R**) es 0.999.

Conclusión :

El valor de la aceleración de un cuerpo debida a la atracción gravitatoria de la Tierra sobre él, varía con la distancia al centro de la Tierra. El ecuador está más alejado del centro de la Tierra de lo que lo están los polos. Esto significa que el valor de **g** va en aumento desde el ecuador (latitud 0º) hacia los polos (cuyas latitudes son 90º). Por lo tanto es correcto que la ciudad de Bs. As. tenga un valor de g superior al medido en el ecuador que es de 9.78039 m/seg^2.♣

♣ Latitud 0º : g = 9.78039 m/seg^2

Efectivamente g no es una constante aunque habitualmente la consideremos como tal (depende del lugar).
Los valores de los parámetros que se hallan en forma experimental, no pueden ser expresados por un único número, sino que dicho valor está contenido dentro de un intervalo de incertidumbre (ya que las mediciones realizadas tienen un error experimental implícito). Establecemos así un nivel de confianza con el que podemos estimar el verdadero valor del parámetro. Para que este nivel de confianza sea mayor, debemos ajustar el método experimental de forma tal que los errores cometidos sean mínimos.

Apéndice de Cálculos Auxiliares

El error de apreciación del cronómetro es de 0.01 seg. y es despreciable frente al del operador.
$\sigma_{operador}$ en la medición del tiempo = 0.2 seg.
Al medir un intervalo de tiempo cometemos 2 veces este error al encender y al apagar el cronómetro, por lo tanto el error resultante es 0,4 .
Como tomamos el tiempo de 20 oscilaciones seguidas el error asociado a un período resulta: $\Delta T = \frac{0.4\ s}{20}$

Este error es el mismo para cada uno de los períodos asociados a los distintos largos del péndulo.
Al representar gráficamente los datos experimentales con su error asociado, la recta de regresión establecida por el programa Origin 4.0 , tiene en cuenta estos errores en la determinación de los valores de la ordenada al origen y la pendiente. Los errores vinculados a **A** y a **n** fueron estimados por dicho programa.

Propagación de errores en la determinación de g :

Si $A = 2\pi/(g)^{1/2}$, entonces:

$$g = 4\pi^2/A^2$$

$$\Delta g \,/\, \Delta A = d\,g \,/ d\,A$$

$$\Delta g = (d\,g \,/\, d\,A) * \Delta A$$

$$\Delta g = \frac{-2 * 4\pi^2}{A^3}\ \Delta A \qquad \Delta g = 1 * 10^{-3}\ cm/seg^2$$

Física, Parte1, David Holliday, Robert Resnick, Compañía Editorial Continental, S.A. México (1980)