

Transmisión del Calor

S. Gil

Energía y Medio Ambiente - UNSAM- 2019

9-9-2019

El calor se transfiere básicamente por tres procesos distintos; *conducción*, *convección* y *radiación*. En la naturaleza, todos los mecanismos de transmisión intervienen simultáneamente con distintos grados de importancia. Desde luego, diseñando los experimentos adecuadamente, es posible lograr que sólo uno de ellos sea el dominante.

Conducción. Cuando se coloca una cucharita en una taza de café caliente, notamos que pronto el extremo frío se calienta. Esta observación demuestra que el calor se conduce a través de la cucharita. La propagación del calor a través de la conducción se caracteriza por:

- ✓ La existencia un *medio material* a través del cual se propaga el calor
- ✓ El calor se transmite el calor *sin transporte de materia*.

La conducción del calor en muchos materiales puede comprenderse como resultado de los choques moleculares, en el caso de líquidos y gases; o el movimiento de electrones o vibraciones de la red cristalina, en el caso de los sólidos. Al chocar las moléculas calientes (más rápidas) con sus vecinas frías (más lentas) les transfieren algo de su energía, y la velocidad de éstas aumenta. Así, la energía térmica, asociada al movimiento microscópico de moléculas, átomos o electrones, se propaga sin transporte de masa, este es el mecanismo de conducción. En el caso de los sólidos, el movimiento de los electrones o las vibraciones de la red cristalina (movimiento de fonones) se propaga de un punto a otro por conducción.

Como consecuencia del segundo principio de la termodinámica, el calor siempre se propaga de la zona caliente a la zona fría. El flujo de calor, dQ/dt , es decir el calor que fluye por una barra de material de área transversal A en la unidad de tiempo, es proporcional a la diferencia de temperatura de sus extremos ($T_C - T_F$), al área transversal A e inversamente proporcional a la longitud l de la barra, es decir:^{1, 2, 3}

$$H = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot A \cdot \frac{T_C - T_F}{l} \quad (\text{xx.1})$$

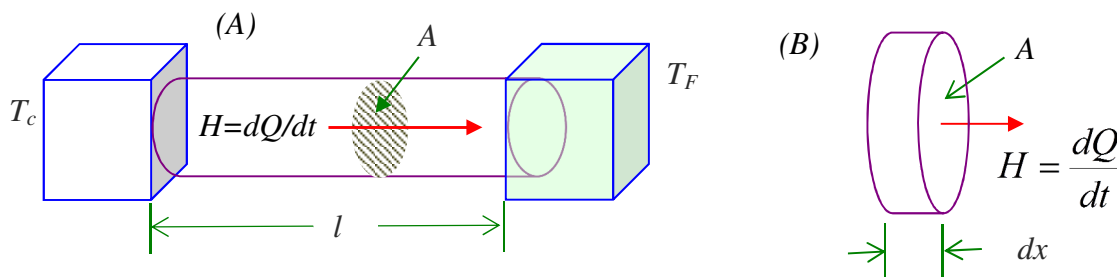


Figura xx.1. (A) Transmisión del calor a lo largo de una barra de materia, asilada por los lados laterales, de longitud l con un extremo caliente (T_C) y el otro frío (T_F). (B) Transmisión de calor a través de un elemento de materia de espesor infinitesimal dx .

donde k una constante de proporcionalidad, llamada conductividad térmica y es característica del material (Ver Fig. 1). En general el subíndice F lo usaremos para designar el extremo frío y C para designar el extremo caliente, lógicamente $T_c > T_F$.

El cociente $(T_c - T_F)/l$ se denomina el gradiente térmico de la barra. El gradiente térmico en cada punto de la barra se define por dT/dx . El signo menos en la Ec.(xx.1) indica que el flujo siempre va de la fuente caliente a la fría, es decir opuesta al signo del gradiente térmico. La forma diferencial, de la Ec. (xx.1), Fig. xx.1.B, para un elemento de barra infinitesimal de longitud dx es:

$$H = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} . \quad (xx.2)$$

En la Ec.(xx.1), implícitamente suponemos que no hay pérdidas de calor en la barra por los laterales de la misma. La Ec.(xx.1) también puede escribirse como:

$$H = \frac{dQ}{dt} = -\frac{k \cdot A}{l} \cdot (T_c - T_F) = -\frac{\Delta T}{\mathfrak{R}_{ter}} = -U_{ter} \cdot A \times \Delta T , \quad (xx.3)$$

siendo \mathfrak{R}_{ter} la *resistencia térmica* de la muestra, magnitud análoga a la resistencia eléctrica.

$$\mathfrak{R}_{ter} = \frac{l}{k \cdot A} = \frac{1}{U_{ter} \cdot A} , \quad \text{es decir:} \quad U_{ter} = \frac{k}{l} \quad (xx.4)$$

Por su parte la Transmitancia U_{ter} de una placa o barra se define como:

$$U_{ter} = \frac{k}{l} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{ter} \cdot A} \quad (xx.5)$$

La transmitancia de una palca o pared, es la cantidad de Watts que transmite por unidad de área para un salto térmico de $\Delta T = 1 \text{ K}$.

	k Cond. Térmica	Calor Específico	Resistividad Eléctrica ρ
Sustancia	[W/m.k]	[J/°C.kg]	[Ω.m]
Plata	420	230	1.59×10^{-8}
Cobre	380	396	1.68×10^{-8}
Aluminio	200	900	2.65×10^{-8}
Acero	40	450	9.7×10^{-8}
Plomo	35.3	130	2.065×10^{-7}
Vidrio (común)	0.84-1.1 (1)	840	$10^9 - 10^{12}$
Pared o Concreto	0.84		
Agua	0.56	4186	

Asbesto	0.16		
Madera	0.08-0.16	1700	
Aire	0.023	0.74	

Tabla xx.1 – Conductividades térmicas. En paréntesis valore nominales.⁵

La similitud de la resistencia térmica con la eléctrica es mucho más que una analogía formal, como veremos más adelante, ambos procesos físicos están estrechamente relacionados. Además, esta relación entre resistencia térmica y eléctrica, es muy útil a la hora de resolver problemas prácticos. Por ejemplo si deseamos encontrar las resistencias térmicas de varias capas colocadas en serie, por ejemplo una pared a continuación de la otra, de modo que todo el calor que pasa por cada una de ellas es el mismo, Figura xx.2, la resistencia equivalente del conjunto es simplemente la suma de las resistencias térmicas individuales: $R_{eq}=R_1+R_2+R_3+\dots$. Similarmente, para paredes en paralelo, es decir dos tipos paredes distintas que están colocadas entre las mismas temperaturas y el calor que fluye por una no fluye por la otra, Figura xx.2, tenemos: $U_{eq}=1/R_{eq}=1/R_1+1/R_2+1/R_3 \dots =U_1+U_2+U_3+\dots$

Resistencias térmicas en serie: Si tenemos dos medio, separando zonas que están a temperaturas T_1 y $T_2(>T_1)$ en serie, como se ilustra en la figura xx.2.a, por conservación de energía en equilibrio, el flujo a través del medio 1, debe de ser igual al flujo a través del medio 2.

Si llamamos T_m la temperatura de la interfaces 1 y 2, tenemos:

$$H = -\frac{(T_m - T_1)}{\mathfrak{R}_1} \quad \text{y} \quad H = -\frac{(T_2 - T_m)}{\mathfrak{R}_2} \Rightarrow \mathfrak{R}_1 H - \mathfrak{R}_1 H = -(T_2 - T_1). \quad (\text{xx.6})$$

O sea:

$$H = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}_{12}}, \quad (\text{xx.7})$$

con

$$\mathfrak{R}_{12} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2. \quad (\text{xx.8})$$

Resistencias térmicas en paralelo: por un razonamiento similar, para el caso de dos medio en paralelo como en la Fig.2 b, tenemos que $H=H_1+H_2$, de donde obtenemos que:

$$H = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}_1} - \frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}_2} = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}_{12}}, \quad (\text{xx.9})$$

con

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_{12}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}. \quad (\text{xx.10})$$

O también, en términos de las Transmitancias, U :

$$U_{12} = U_1 + U_2. \quad (\text{xx.11})$$

Este modo de combinar resistencias térmicas es similar a como se combinan las resistencias eléctricas en serie y paralelo. De hecho todas las técnicas que se usan para el caso eléctrico pueden ser usadas para el caso térmico. Claramente, estas expresiones pueden generalizarse para combinaciones más complejas de medios en serie y paralelo.

Ejemplo 1. En los edificios y casas, una de las mayores fuentes de pérdida de calor son las aberturas (puertas y ventanas). Consideremos una habitación de 4m x 4m y 2.5 m de altura, con paredes y techo, del mismo material que las paredes, de espesor $d_{pared}=30$ cm. Hay dos aberturas de vidrio simple de 4 m², y 4 mm de espesor (una ventana y puerta que supondremos mayormente de vidrio). El área de las paredes y techos, descontado las aberturas, es $A_{pared}=52\text{m}^2$. Las pérdidas a través de la pared y el vidrio están en la misma relación que la inversa de sus resistencias térmicas, esto es:

$$H_{pared} / H_{vidrio} = \mathfrak{R}_{vidrio} / \mathfrak{R}_{pared} = \frac{d_{vidrio}}{d_{pared}} \cdot \frac{k_{pared}}{k_{vidrio}} \cdot \frac{A_{pared}}{A_{vidrio}} \approx 1.3 \quad (\text{xx.12})$$

Por consiguiente, las pérdidas por las aberturas son tan importantes como las de toda una pared. Claramente, si se desea un buen aislamiento térmico en las paredes, es conveniente usar paredes dobles con algún buen aislante térmico en el medio como polietileno expandido (tergopol) o lana de vidrio. Para reducir la transmisión del calor por aberturas vidriadas, se usan dos paneles de vidrio con una cámara de aire en el medio, conocido como doble vidriado hermético (DVH) como se ilustra en la figura xx.3.

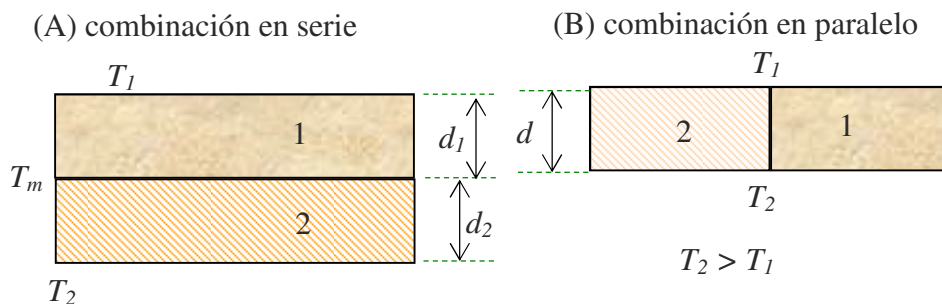


Figura xx.2. Conducción a través de combinación de medio en seria (izquierda) y en Paralelo (derecha)

Las propiedades aislantes de la ropa provienen fundamentalmente de las propiedades aislantes del aire. Nuestro cuerpo calienta el aire en contacto con la piel y estos "paquetes" de aire dentro del tejido de la ropa nos aíslan el medio. Si corre viento, esta capa de aire caliente es remplazada por otra fría y sentimos este efecto, por la sensación de frío experimentamos. La ropa nos mantiene calientes pues impide que el aire se mueva con facilidad. A propósito, es claro que la ropa no genera calor, a esté lo hacemos nosotros a través de nuestro metabolismo, la ropa sólo nos aísla térmicamente.

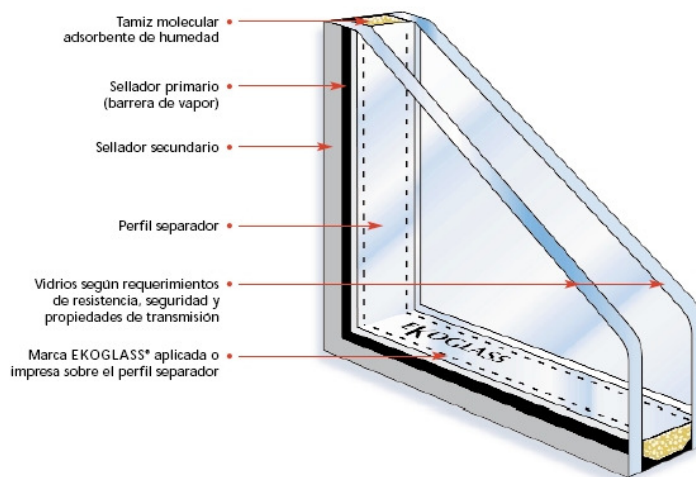


Figura xx.3. Ventana con Doble Vidrio Hermético (DVH). Esta figura corresponde a un particular fabricante Ekoglass.

♣ ♣ ¹ *Sistemas con simetría cilíndrica y esférica:* Consideremos los casos de sistemas cilíndricos y esféricos como se muestran en la figura xx.4. En estos casos consideramos un elemento infinitesimal de radio r y espesor dr . Por cada uno de estos elementos atraviese la misma potencia H_0 , es decir los elementos están en serie. En el caso cilíndrico, el área de uno de estos elementos infinitesimales es $A=2\pi r \cdot l$, y su espesor dr . De la Ec.(xx.4) tenemos:

$$H_0 = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot 2\pi r \cdot l \cdot \frac{dT}{dr} \quad \text{o sea} \quad -\frac{H_0}{k2\pi \cdot l} \frac{dr}{r} = dT, \quad (\text{xx.13})$$

por tanto:

¹ El símbolo ♣ ♣ se utiliza para indicar un tema de de caracter más avanzado que el resto de texto.
Transmisión del calor – UNSAM 2018 – S.Gil

$$-\frac{H_0}{k2\pi \cdot l} \ln(b/a) = T_2 - T_1 \quad \text{o} \quad H_0 = -k \frac{2\pi}{l \cdot \ln(b/a)} (T_2 - T_1) = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}} \quad (\text{xx.14})$$

donde

$$\mathfrak{R} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi \cdot l \cdot k} \quad (\text{Cilindro hueco}) \quad (\text{xx.15})$$

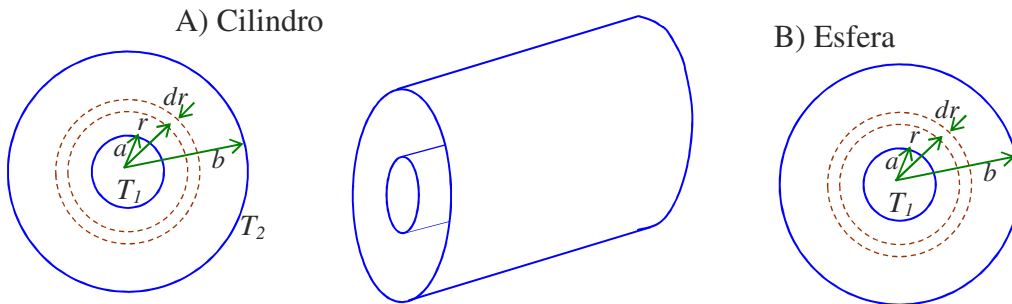


Figura xx.4. (A) Transmisión del calor a lo largo de un cilindro de radio interior a y exterior b cuyas temperaturas están a temperaturas T_1 y T_2 . Su longitud es l . B) caso similar correspondiente a una esfera.

En el caso de una esfera hueca de radio interior a y exterior b , figura xx.4 B, el área del elemento infinitesimal de de radio r es: $A=4\pi r^2$, siguiendo un razonamiento similar, tenemos:

$$H_0 = -k \frac{4\pi}{(1/a - 1/b)} (T_2 - T_1) = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}} \quad \text{con} \quad \mathfrak{R} = \frac{(1/a - 1/b)}{4\pi \cdot k}. \quad (\text{xx.16})$$

Lo útil e interesantes, es que con estas definiciones de resistencia térmicas para sistemas con simetrías cilíndricas y esferitas, las resistencias en serie y paralelo se comban con las mismas reglas que en el caso plano discutido en la figura xx.2.

Descripción física	Diagrama	Factor de forma S
Conducción a través de un material de conductividad k , cilindro a una profundidad z y a una temperatura T_2 . La superficie de la superior está a una temperatura T_1 . Cilindro de radio a y longitud L .		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(2z/a)}$ $\mathfrak{R} = \frac{\ln(2z/a)}{2\pi \cdot k \cdot L}$

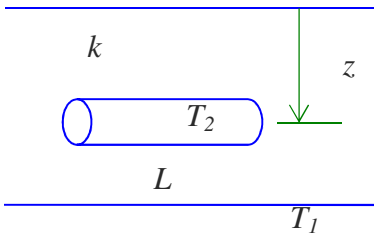
<p>Conducción a través de una pared de conductividad k, cilindro a una profundidad z y una temperatura T_2 y las superficies de la pared están a una temperatura T_1.</p>		$S = \frac{2\pi \cdot L}{\ln(4z / \pi a)}$ $\mathfrak{R} = \frac{\ln(4z / \pi a)}{2\pi \cdot k \cdot L}$
---	---	--

Figura xx.5. Coeficientes de forma para dos geometrías simples.

Hay asimismo casos con geometrías más complejas en las que puede encontrarse soluciones analíticas como por ejemplo tubos enterrados a una profundidad z de la superficie o tubos en una pared como se muestra en la figura xx.4, donde es útil introducir un factor de forma S , tal que:

$$H_0 = -S \cdot k \cdot (T_2 - T_1) = -\frac{(T_2 - T_1)}{\mathfrak{R}} \quad (\text{xx.17})$$

Los valores de S , factores de forma de conducción (conductive shape factor), están tabulados para algunos casos simples.^{5,6} Ver Tabla xx.2.

♣ ♣ **Ejemplo 1:** Consideremos un caño de agua enterrado muy profundamente, que lleva agua de densidad ρ y calor específico c , que se inyecta en el tubo a una temperatura inicial T_0 y flujo $Q_0 (= \pi \cdot a^2 \cdot v)$. Aquí v es la velocidad media del fluido. Suponemos que el tubo tiene una conductividad k , radio interior a y espesor e . Además tiene un revestimiento de espesor t y conductividad k_a . El terreno está a una temperatura $T_1 < T_0$. Nuestro problema es conocer la variación de la temperatura del agua a medida que nos alejamos una distancia x del punto de inyección. Ver Fig. xx.6.

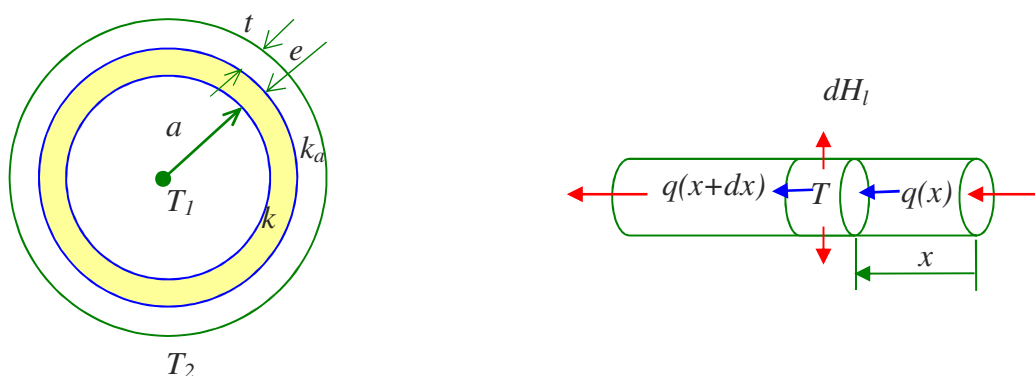


Figura xx.6. Tubo de agua enterrado a una gran profundidad.

Si tomamos un elemento infinitesimal de longitud dx , la resistencia efectiva será:

$$dH = -\frac{(T_2 - T)}{\mathfrak{R}} \quad \text{con} \quad \mathfrak{R} = \mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}_r = \frac{\ln(1 + e/a)}{2\pi \cdot k \cdot dx} + \frac{\ln(1 + t/(a+t))}{2\pi \cdot k_a \cdot dx}. \quad (\text{xx.18})$$

Si $q(x) = c \cdot \rho \cdot Q_0 \cdot T(x)$ es una cantidad proporcional a la energía que fluye por unidad de tiempo por el tubo, del balance energético en el elemento infinitesimal considerado tenemos:

$$dH = q(x + dx) - q(x)$$

o sea

$$c \cdot \rho \cdot Q_0 \cdot dT = 2\pi \cdot (T(x) - T_2) \cdot dx \cdot [\ln(1 + e/a)/k + \ln(1 + t/(a+t))/k_a], \quad (\text{xx.19})$$

o bien

$$\frac{dT}{(T(x) - T_2)} = \left[\frac{2\pi}{c\rho \cdot Q_0} \cdot (\ln(1 + e/a)/k + \ln(1 + t/(a+t))/k_a) \right] \cdot dx = dx / \lambda. \quad (\text{xx.20})$$

Esta ecuación puede ser integrada para dar el resultado buscado, es decir $T(x)$:

$$T(x) = T_2 + (T_0 - T_2) \cdot e^{-x/\lambda} \quad (\text{xx.21})$$

con

$$\lambda = \frac{c\rho \cdot Q_0}{2\pi} \cdot [\ln(1 + e/a) + \ln(1 + t/(a+t))]^{-1} \approx \frac{c\rho \cdot Q_0}{2\pi} \left[\frac{e}{a} + \frac{t}{a+e} \right], \quad (\text{xx.22})$$

Para el caso en que $e \ll a$ y $t \ll a$, como en general $k_a < k$, tenemos:

$$\lambda \approx \frac{c\rho \cdot Q_0}{2\pi \cdot k_a} \frac{t}{(a+e)} \left[1 + \frac{e}{t} \left(\frac{a+e}{a} \right) \frac{k_a}{k} \right]^{-1} \approx \frac{c\rho \cdot Q_0}{2\pi \cdot k_a} \frac{t}{(a+e)} \left(1 - \frac{e}{t} \left(1 + \frac{e}{a} \right) \frac{k_a}{k} \right), \quad (\text{xx.23})$$

λ puede interpretarse como la longitud en el tubo en la que la diferencia de temperatura del agua $T(x) - T_2$ es $(T_0 - T_2)/e$. es decir λ es una longitud característica en el que el agua se termaliza con el medio, T_2 . Si aumentamos la aislación, (t/k_a) aumenta y consecuentemente lo hace λ . Similarmente, si Q_0 aumenta, λ también lo hace.

♣ ♣ **Ejemplo 2:** Consideremos un caño de aire enterrado a una profundidad z . El terreno tiene una conductividad k_t y la superficie está a T_0 . Siguiendo el mismo razonamiento anterior, consideremos un segmento del tubo de longitud dx , radio interior a y espesor e con conductividad k_c . El aire mismo en el interior del tubo, presenta convección con coeficiente $h_a \approx 60 \text{ W/m}^2$. La resistencia total asociada a la convección dentro del tubo, el tubo o caño mismo y el terreno será:

Transmisión del calor – UNSAM 2018 – S.Gil

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{conv} + \mathcal{R}_{coño} + \mathcal{R}_{terreno} = \frac{1}{h_a \cdot 2\pi a \cdot dx} + \frac{\ln(1+e/a)}{2\pi \cdot k_c \cdot dx} + \frac{\ln(2z/a)}{2\pi \cdot k_t \cdot dx}. \quad (\text{xx.24})$$

El balance energético, Ec. xx.16, se convierte en:

$$c_a \cdot \rho_a \cdot Q_a \cdot dT = (T(x) - T_0) \cdot dx \left[\frac{1}{h_a \cdot 2\pi a \cdot dx} + \frac{\ln(1+e/a)}{2\pi \cdot k_c \cdot dx} + \frac{\ln(2z/a)}{2\pi \cdot k_t \cdot dx} \right]^{-1}, \quad (\text{xx.25})$$

o bien

$$\frac{dT}{(T(x) - T_0)} = \frac{2\pi \cdot k_c}{c_a \rho_a \cdot Q_a} \cdot \left[\frac{k_c}{h_a \cdot a} + \ln(1+e/a) + k_c \frac{\ln(2z/a)}{k_t} \right]^{-1} \cdot dx = dx / \lambda. \quad (\text{xx.26})$$

Donde:

$$\lambda = \frac{c_a \rho_a \cdot Q_a}{2\pi \cdot k_c} \cdot \left[\frac{k_c}{h_a \cdot a} + \ln(1+e/a) + k_c \frac{\ln(2z/a)}{k_t} \right], \quad (\text{xx.27})$$

y

$$T(x) = T_0 + (T_i^{(aire)} - T_0) \cdot e^{-x/\lambda} \quad (\text{xx.28})$$

Donde $T_i^{(aire)}$ es la temperatura del aire a la entrada del tubo. $T(x)$ la temperatura del aire después de recorrer una distancia x en el tubo. Desde luego, c_a , ρ_a y Q_a son el calor específico, densidad y flujo del aire en el tubo.

♣ ♣ Conductividad térmica y eléctrica de los materiales

Los metales en general son buenos conductores del de calor. Los buenos conductores eléctricos son también buenos conductores térmicos, aunque existen notables y útiles excepciones como el acero inoxidable, la mica y el diamante. Para los metales, (que son buenos conductores eléctricos) existe una relación entre la conductividad eléctrica ρ y la conductividad térmica k dada por la Ley de Widemann-Franz⁶:

$$k[W/m.k] \cdot \rho[ohm.m] = \frac{\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \cdot T = L \cdot T = 2.45 \cdot 10^{-8} \cdot T \left[\frac{W \cdot \Omega}{k^2} \right] \quad (\text{xx.29})$$

k_B es la constante de Boltzmann y e la carga del electrón. El valor de este producto, en el sistema SI vale dentro de 20% para los metales más comunes, pero no para semiconductores, grafito, diamante o aisladores.

La madera el plástico, el vidrio, el aire, tiene coeficientes de conducción térmica pequeños (son malos conductores del calor). Esto explica porque los pisos de madera o alfombra son más “cálidos” para caminar descalzos que unos de mosaico, este último es mejor conductor térmico que la alfombra o la madera.

Convección: Aunque los líquidos y los gases no suelen ser muy buenos conductores de calor, pueden transmitirlo por convección. La propagación del calor a través de la convección se caracteriza por:

- ✓ Existencia de un *medio material fluido* a través del cual se propaga el calor
- ✓ Variación de la densidad del medio con la temperatura.
- ✓ Existencia de un campo gravitatorio. Sin él no hay convección.
- ✓ El calor se transmite en este caso *por transporte de materia*.

Mientras que la conducción implica moléculas y/o electrones que se mueven pequeñas distancias y chocan, en la convección interviene el movimiento de muchas moléculas a lo largo de distancias microscópicas. Dado que el enfoque matemático de este proceso resulta bastante complicado, sólo se lo describirá en forma cualitativa.^{7,8}

La convección puede ser *libre o forzada*. Un cuerpo que se enfría en el aire, en ausencia de corrientes de aires generadas artificialmente, es un ejemplo del primer caso. Un calefactor con ventilación forzada o caloventor, es un ejemplo de *convección forzada*. En estos artefactos, el aire se calienta y luego se distribuye mediante un ventilador. La convección natural también ocurre, por ejemplo, en el aire caliente que se eleva al calentarse, el aire en las adyacencias de un radiador o cuerpo caliente, se expande y se eleva. Cuando se calienta una olla con agua, se producen corrientes de convección. El agua del fondo sube, debido a su menor densidad, y reemplaza al agua más fría de la parte superior. Las corrientes oceánicas, como la corriente del Golfo, son ejemplos de *convección natural* a gran escala, al igual que los vientos u corrientes atmosféricas ascendentes.

En el caso de la convección natural, al rededor del objeto caliente se forma una capa delgada (capa límite) de aire que por conducción propaga el calor de la superficie caliente al medio. Es posible escribir el flujo de calor disipado por convección natural como:^{1,2,3}

$$P_{conv} = H_{conv} = A \cdot h \cdot (T_{sup} - T_{medio}), \quad (xx.30)$$

donde A es la superficie del cuerpo expuesta al medio, h una constante característica, *coeficiente de convección*, que depende del régimen de disipación (laminar, turbulento, etc.) de la conductividad térmica del medio fluido y el estado de las superficies. T_{sup} y T_{medio} designan a las temperaturas de la superficie del cuerpo y del medio fluido respectivamente. Esta ley de enfriamiento, cuando se aplica a un cuerpo inmerso en un medio que está a una temperatura constante, T_{medio} , cuya masa es m , durante un intervalo de tiempo dt , perderá (o ganará) calor: $dQ = mc \cdot dT$. Por tanto $H = dQ/dt = m \cdot c \cdot dT/dt$, por lo tanto la Ec.(xx.13) se puede escribir como:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{A \cdot h}{m \cdot c} \cdot (T - T_{medio}) = -\lambda(T - T_{medio}), \quad (xx.31)$$

que se conoce como la *ley de enfriamiento de Newton*.

La Ec.(xx.13) también puede escribirse como:

$$H_{conv} = -A \cdot h \cdot (T - T_{medio}) = -\frac{\Delta T}{R_{con}}, \quad \text{con } R_{con} = 1/(A \cdot h) = 1/A \cdot U_{conv} \quad (xx.32)$$

Lo interesante de esta resistencia de convección es que puede combinarse con las de conducción siguiendo las mismas reglas de combinaciones de serie y paralelo discutidas previamente. Debe tenerse en cuenta que a diferencia de la constante de conductividad térmica, k , que es una propiedad característica de cada sustancia, h varía con el tipo de medio y de acuerdo a las condiciones particulares de la superficie y en régimen de movimiento del fluido alrededor del objeto. Por ejemplo, se encuentra experimentalmente que el valor de h exterior a un vidrio de ventana es $h_{ext} \approx 28 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, mientras que en el lado interior es $h_{int} \approx 8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, como consecuencia del hecho que por lo regular las corrientes de aires exteriores son más intensas del lado exterior a una vivienda que del lado interior. Combinando las Ecs.(xx.3) y (xx.24) esto equivaldría a tener en el lado exterior una capa límite de espesor efectivo de uno 8 mm y una capa límite de unos 3 mm en el interior. Ver Tabla xx.2.

Tipo de convección	h (W/m ² .K)
Convección libre en gases	2 -25
Convección libre en líquidos	100- 1000
Convección forzada en gases	25-250
Convección forzada en líquidos	50 – 20000
Convección forzada en líquidos con ebullición y condensación	2500-10 ⁴
Aire externo a un vidrio (interior)	5-10 (8)
Aire externo a un vidrio (exterior)	25-40 (28)

Tabla xx.2- Valores característicos de los *coeficientes de convección*. En paréntesis valores nominales de la constante h .

Pérdidas de calor por aberturas de vidrio:

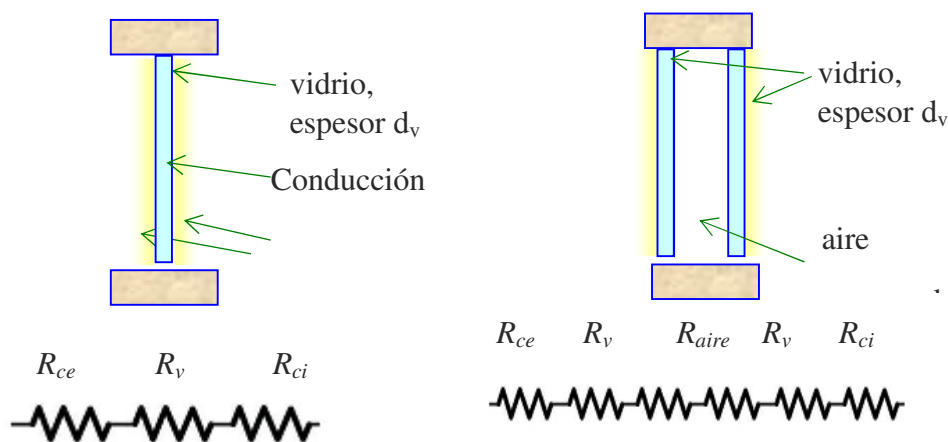


Figura xx.8. Ventana de simple y de doble panel: dos vidrios y una cámara de aires en el medio. En esta figura R_{ce} y R_{ci} se refieren a la resistencia de convección del aire (exterior e interior) en las adyacencias del vidrio.

Vidrio simple: la resistencia efectiva del vidrio de $d_v \approx 4\text{mm}$, será:

$$\mathfrak{R}_{\text{vidrio}} (m^2 / w.K) = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{h_{ce}} + \frac{d_v}{k_v} + \frac{1}{h_{ci}} \right) \approx \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{28} + \frac{0.004}{1} + \frac{1}{8} \right) \approx \frac{0.165}{A} \quad (\text{xx.33})$$

Esta práctica de usar resistencia convectivas, en ambos lados de los vidrios, se aplica también a todo elemento expuesto al aire interior y exterior, por ejemplo paredes, techos, etc.

Vidrio doble: la resistencia efectiva de un vidrio doble de $d_v \approx 4\text{mm}$ y $d_{\text{aire}} \approx 2\text{cm}$, será:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{2\text{-vidrio}} (m^2 / w.K) &= \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{h_{ce}} + 2 \frac{d_v}{k_v} + \frac{d_{\text{aire}}}{k_{\text{aire}}} + \frac{1}{h_{ci}} \right) \approx \\ &\approx \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{1}{28} + \frac{0.008}{1} + \frac{0.02}{0.023} + \frac{1}{8} \right) \approx \frac{0.6}{A} \end{aligned} \quad (\text{xx.34})$$

Para estimar la mejora en el aislamiento v de una ventana de doble vidrio, respecto de una de panel simple, debemos dividir $H_{2\text{vidrio}}/H_{1\text{vidrio}}$, el resultado es:

$$v = \frac{H_{1\text{vidrio}}}{H_{2\text{vidrio}}} = \frac{\mathfrak{R}_{2\text{-vidrio}}}{\mathfrak{R}_{1\text{vidrio}}} \approx \frac{0.6}{0.165} \approx 3.6 \quad (\text{xx.35})$$

para una ventana típica, es decir que la mejora en aislación es un factor de 4 aproximadamente. Un problema con este tipo de ventanas es el mantenimiento del interior libre de hongos y humedad. Para lograrlo, se suele usar algún gas inerte en el interior, por ejemplo: N_2 o Ar a una presión ligeramente superior a la atmosférica y algún tipo de sílica para absorber la humedad (agua) y el gas neutro impide el crecimiento de hongos. Con nuevas tecnologías, usando láminas antirreflectantes especiales (low reflectance coating) es posible mejorar aún más la aislación de ventanas dobles.

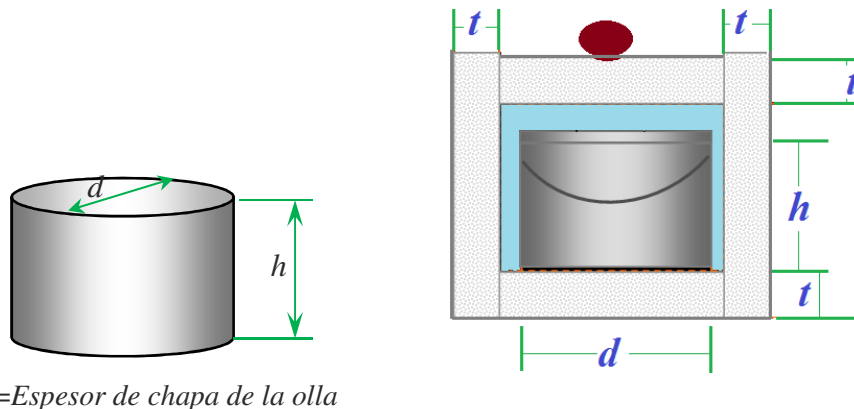
Tanto para paredes, puertas, techos, ventanas, etc. Es útil especificar los valores de Transmitancias totales (T_{tot}) o valor-U (U -Value).⁹ Que indican el flujo de calor por unidad de área del elemento (pared, puerta, etc) y por unidad de diferencia de temperatura, y se expresa en $W/m^2.K$. Su valor incluye las resistencias térmicas superficiales de las capas límite del elemento constructivo, es decir, refleja la capacidad de transmitir calor de un elemento constructivo en su posición real en el edificio. De este modo, es parámetro nos permite fácilmente comparar cuan adecuado o buen aislante es un determinado componente constructivo. Cuanto menor es el valor-U, menor será el paso de energía entre ambas caras, y por tanto mejor será aislamiento térmico del elemento en cuestión. Si, $\Delta T = T_{int} - T_{ext}$. El flujo energético por unidad de áreas de un elemento será: $H(W/m^2) = U \cdot \Delta T$.

$$U = \frac{1}{R_T} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad \text{y} \quad \frac{H}{A} \left[\frac{W}{m^2} \right] = U \cdot \Delta T. \quad (\text{xx.35a})$$

Según vimos, Ecs.(xx.33) y (xx.34), los valores U para el vidrio simple y doble sería en estos casos: $U_{\text{vidrio_simp.}} = 6,06 W/m^2.K$ y $U_{\text{vidrio_simp.}} = 1,66 W/m^2.K$ respectivamente.

♣ ♣ **Ejemplo 3: Ollas Brujas.** Para que el proceso de cocción se realice en forma segura, se recomienda cocinar los alimentos a temperaturas superiores a $75^\circ C$.¹⁰ A esta temperatura se *Transmisión del calor – UNSAM 2018 – S.Gil*

elimina la mayoría de los gérmenes comunes de los alimentos. Además hay muchos alimentos, como guisos, cocidos o pucheros, ablandamiento o tiernización de carnes, etc. que requieren mucho tiempo de cocción, por lo que su cocción es energéticamente intensiva. Lo usual es colocar una cacerola con los productos en la hornalla, llevarlos a hervor y luego mantener la temperatura de cocción, proporcionando la energía que la cacerola pierde por disipación de calor. Otro modo de lograr la misma cocción, es llevar la cacerola con los alimentos a hervor, y luego colocar la olla e una caja con buena aislación térmica, olla bruja o Hay Box,² donde la temperatura se mantiene arriba de los 70°C por algunas horas. Así se puede lograr ahorros considerables de energía y obtener alimento bien cocido a la par de preservar los nutrientes de los mismos. En este ejemplo calcularemos las pérdidas de calor de la olla, sin aislación térmica y con aislación térmica, usado una caja cilíndrica de telgopor o EPS, con un cartón corrugado entre la olla y el EPS, para que este no llegue a temperaturas cercanas a 100 °C que es cuando comienza a deteriorarse este material. Claro, también puede usarse otros materiales aislantes que resisten mejor altas temperaturas como: lana de roca, lana de vidrio, corcho, etc. En la segunda parte de este ejercicio, nos proponemos calcular la constante de tiempo de enfriamiento de la olla en los dos casos.



e =Espesor de chapa de la olla

Figura xx.9. Cacerola u olla cilíndrica, de diámetro d , altura h y espesor del metal de e , sin aislación térmica (izquierda) y con aislación (derecha). Suponemos que espesor de la aislación térmica es t .

Olla sin aislación térmica

La resistencia térmica de las paredes laterales será:

$$R_L = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{Lat} \quad (\text{xx.36})$$

Aquí, como antes, h_{ce} es el coeficiente de convección de aire exterior a la olla, h_a es el coeficiente de convección de agua en el interior de la cacerola, e es el espesor del metal el que está hecha y k_m su conductividad térmica, $A_{Lat} (= \pi.d.h)$ es el área lateral de la olla. Similarmente, la resistencia de la tapa y base será:

$$R_{Tap} = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{tap} \quad (\text{xx.37})$$

² Haybox, Wikipedia, <https://en.wikipedia.org/wiki/Haybox>
Transmisión del calor – UNSAM 2018 – S.Gil

$$R_{base} = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{tap} \quad (xx.38)$$

, $A_{tap} (= \pi.d^2/4)$ es el área la tapa y base de la olla. Por lo tanto el coeficiente de pérdida de calor de la olla sin aislación térmica (SAT) por cada grado de diferencia de temperatura, λ_{olla}^{SAT} , será:

$$\lambda_{olla}^{SAT} = (1/R_{base} + 1/R_{Tap} + 1/R_L) = H / \Delta T \quad (xx.39)$$

Olla con aislación térmica

Si se coloca un aislante térmico de espesor t , y conductividad k_{ais} , tanto en los laterales como en la tapa y base, la resistencia térmica de las paredes laterales será:

$$R_L^{Ais} = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{Lat} + (t/k_{ais} + 1/h_{ce} + 1/h_{ci}) / A_{Lat} \quad (xx.40)$$

Aquí, como antes, h_{ce} es el coeficiente de convección de aire exterior a la olla, h_a es el coeficiente de convección de agua en el interior de la cacerola, e es el espesor del metal el que está hecha y k_m su conductividad térmica, $A_{Lat} (= \pi.d.h)$ es el área lateral de la olla. Similarmente, la resistencia de la tapa y base será:

Dimensiones		Resultados	
$d(cm)=$	20	Sin Aislación	
$h(cm)=$	20	λ (W/K)=	1,432
$e_{al}(mm)=$	2	τ (h)=	2,63
EPS_ Aislante(mm)=	50	T_cocción (h)=	0,71
Vol_nom (l)=	3,0	Con Aislación	
$T_{in}=$	90	λ (W/K)=	0,128
$T_{ex}=$	18	τ (h)=	29,33
$T_{ref}=$	73	T_cocción (h)=	7,90

Tabla xx.3- Valores de los parámetros usado para una olla de 3 litros, no totalmente llena, y con una aislación térmica de EPS de 5 cm de espesor. Los parámetros de aislación y del material de la olla, aluminio, se tomaron de las tablas anteriores.

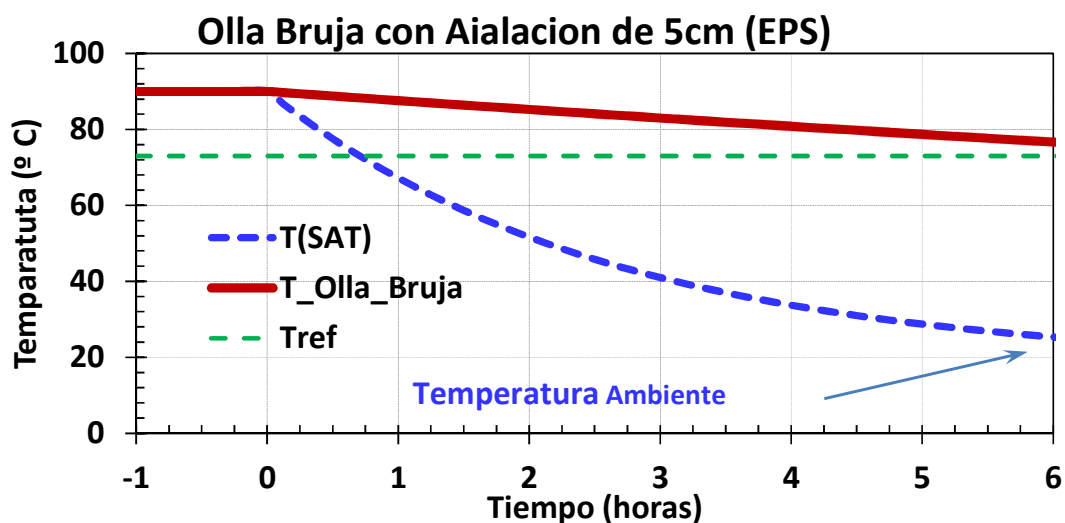


Figura xx.10 Variación de la temperatura de una olla sin aislación térmica, curva azul de trazos, y con aislación de 5 cm de EPS (olla bruja), curva roja. El volumen líquido de 3 litros y la temperatura ambiente se supone de $T_{ex}=18$ °C. En el primer

caso la olla llega a $T_{ref}=73$ °C, definido como en tiempo de cocción en 0,71 h y con la olla bruja el tiempo de cocción se prolonga por 7,9 h.

$$R_{Tap}^{Ais} = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{tap} + (t/k_{ais} + 1/h_{ce} + 1/h_{ci}) / A_{tap} \quad (xx.41)$$

$$R_{base}^{Ais} = (e/k_m + 1/h_{ce} + 1/h_a) / A_{tap} + (t/k_{ais} + 1/h_{ce} + 1/h_{ci}) / A_{tap} \quad (xx.42)$$

Aquí h_{ci} es el coeficiente de convección de aire en el interior de la aislación. Por lo tanto el coeficiente de pérdida de calor de la olla con aislación térmica (CAT) por cada grado de diferencia de temperatura, λ_{olla}^{CAT} , será:

$$\lambda_{olla}^{CAT} = (1/R_{base}^{Ais} + 1/R_{tap}^{Ais} + 1/R_{Lat}^{Ais}) = H / \Delta T \quad (xx.43)$$

En la tabla xx-3 se presentan los valores de las constantes para una olla de unos 3 litros con una aislación térmica de 5 cm de telgopor o EPS.

En la Figura xx-10 se ilustra la variación de temperatura de la olla con y sin aislación térmica, para un contenido de 3 litros y las dimensiones indicadas en la Tabla 3. Como se ve, un recinto de EPS de 5 cm, hace que las temperatura del contenido, partiendo de $T_i=90$ °C, y temperatura ambiente de $T_{ex}=18$ °C, se mantenga a una temperatura superior a 72 °C, por más de 7 horas. Por lo tanto la cocción continúa por todo este tiempo. De este modo el ahorro de energía en cocción puede ser muy importante, superior al 50%. Estos sistemas se usaron en Europa durante la primera y segunda guerras mundiales, como modo de ahorrar energía. Actualmente puede ser una excelente opción para muchos países en desarrollo que no tiene acceso a energía barata por redes.

Radiación: En la conducción y la convección es necesaria la presencia de la materia para que se produzca la transferencia de energía. Sin embargo, la vida sobre la Tierra depende de la transferencia de energía del Sol a la Tierra, y ésta llega a nuestro planeta atravesando el espacio vacío. ¡Recordar que la atmosfera es una capa muy delgada, de unos 15 a 30 km de espesor, y la distancia Tierra Sol es de unos 150 millones de km! La energía del Sol nos llega por otro mecanismo de trasmisión del calor llamada radiación. El calor que recibimos de un hogar a leña o a gas es principalmente energía radiante (la mayor parte del aire que se calienta en la chimenea sube por el tiro mediante convección y no llega hasta nosotros), lo mismo ocurre con el calor de una estufa eléctrica. La propagación del calor a través de la radiación se caracteriza por:

- ✓ No necesita la existencia de un medio *material* para que se produzca la radiación.
- ✓ El calor se transmite *sin transporte de materia*.

La radiación consiste esencialmente en ondas electromagnéticas. La radiación del Sol se produce principalmente en la zona visible y en otras longitudes de onda a las que el ojo no es sensible, como la infrarroja, que es la principal responsable del calentamiento de la Tierra.

La tasa a la que un objeto irradia energía viene dada por la expresión de Stefan-Boltzmann:

$$P_{irr} = A \cdot \varepsilon(\lambda, T) \cdot \sigma_{SB} \cdot T^4 \quad (xx.44)$$

aquí, A es el área de la superficie del objeto que irradia y que está a la temperatura absoluta T . $\varepsilon(\lambda, T)$ es una propiedad característica de cada material y las condiciones de su superficie llamada la emisividad del material y que en general depende de la temperatura y longitud de onda λ o tipo de radiación electromagnética (visible, infrarroja, etc) ($1 > \varepsilon > 0$). σ_{SB} es una constante universal llamada la constante de Stefan-Boltzmann, su valor es $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$. En equilibrio térmico un cuerpo absorbe tanto como irradia (Ley de Kirchoff), por lo tanto, los *buenos emisores* son también *buenos absorbentes*. Las superficies negras tienen emisividades mayores que las claras o brillantes. Esto hace que los objetos negros y oscuros absorben casi toda la radiación que les llega y es la causa de que la ropa clara sea preferible a la oscura cuando el día es caluroso. Si un objeto de temperatura T_1 está en un medio a una temperatura T_2 el objeto estará absorbiendo y emitiendo radiación, la potencia radiada neta será:

$$P_{irr_neta} = A \cdot \varepsilon(\lambda, T) \cdot \sigma_{SB} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (\text{xx.45})$$

En equilibrio, $P_{irr_neta}=0$, o sea $T_1=T_2$. Si T_1 es próximo a T_2 , entonces:

$$P_{irr_neta}(T) \approx 4 \cdot A \cdot \varepsilon(\lambda, T) \cdot \sigma_{SB} \cdot T_2^3 \cdot (T - T_2) \quad (\text{xx.46})$$

Un cuerpo de masa m y calor específico c , se enfriara siguiendo la ecuación:

$$\frac{dT}{dt} \approx (4 \cdot A \cdot \varepsilon(\lambda, T) \cdot \sigma_{SB} \cdot T_2^3 / m \cdot c) \cdot (T - T_2) = k_{ir} \cdot (T - T_2) \quad (\text{xx.47})$$

Radiación del cuerpo negro

Todo objeto caliente emite radiación electromagnética. Cuando encendemos una estufa eléctrica, de esas que tienen un tubo de cuarzo, notamos que a medida que se calienta, va irradiando más calor y cada vez más copiosamente; también su color va cambiando. Al principio sentimos el calor, pero el tubo no brilla. Al aumentar más la temperatura el tubo se pone rojo incandescente y si se calienta más aún, el mismo se parece a una lámpara incandescente, la luz irradiada se vuelve similar a la luz de Sol (luz blanca). Esta es una característica de todos los objetos: a medida que aumenta la temperatura la cantidad de energía radiada aumenta fuertemente y su color va cambiando.

En la Figura xx.7 se presentan los espectros de radiación de un cuerpo (negro) a distintas temperatura absolutas (la temperatura absoluta es la temperatura en grados centígrado más 273, sus unidades son grados Kelvin, o sea $T_{absoluto} [\text{K}] = T[^\circ\text{C}] + 273.15$). Si la radiación de un cuerpo caliente, llamado comúnmente “cuerpo negro”, se hace pasar por un prisma, la misma se descompone en distintas frecuencias (colores). Vemos que a medida que aumenta la temperatura, el área de las curvas de la Figura xx.7 aumenta rápidamente (esto el la energía total emitida por unidad de tiempo), justamente esta área viene dada por la ley de Stefan-Boltzmann, Ec.(xx.29). Además notamos que el máximo de la curva, representado por las flechas verticales, se va

corriendo a frecuencias mayores a medida que aumenta la temperatura. Se puede escribir una relación entre la frecuencia de máxima radiación para cada temperatura. Esta relación se llama ley de Wien:

$$f_{Maximo} [Hz] = 1.038 \times 10^{11} \cdot T [K] \quad (xx.48)$$

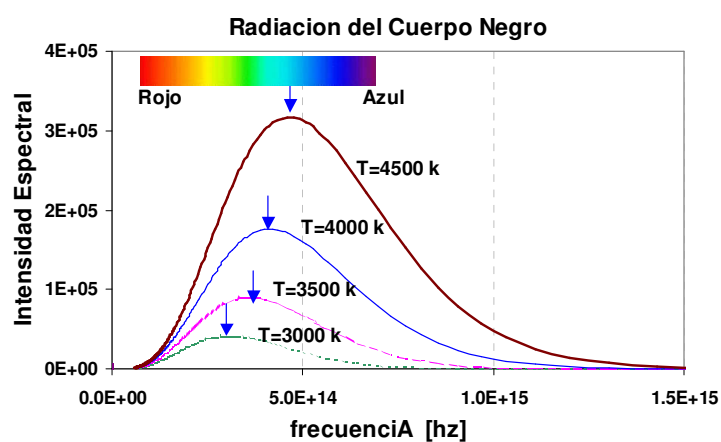
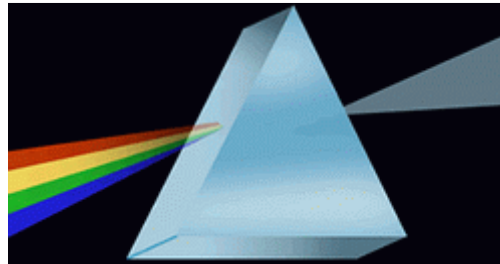


Figura xx.7. Espectro de la radiación electromagnética de un cuerpo negro a distintas temperaturas. Las flechas indican la posición del máximo de radiación a cada temperatura. Arriba se muestra como al pasar un haz de luz blanca, por ejemplo proveniente de una fuente incandescente, al pasar por un prisma se descompone en los distintos colores del arco iris.

La ley de Wien afirma que el máximo de la intensidad de la radiación térmica emitida por un cuerpo negro ideal se desplaza, con el aumento de la temperatura, hacia las frecuencias más grandes, o equivalentemente a regiones de longitudes de onda más cortas. Esta ley nos permite entender por qué un cuerpo al calentarlo, primero se pone rojizo y a medida que se calienta más se va volviendo más azul, pasando por un color blanco incandescente. Esta propiedad de los cuerpos calientes, es lo que posibilita la visión de mamíferos en la oscuridad. Dado que los mamíferos mantenemos una temperatura muy estable, de 37°C ($= 310 \text{ K}$), nuestro espectro de radiación tiene un máximo en el infrarrojo. Si usamos un visor sensible a esta radiación podremos ver la silueta de un mamífero en la oscuridad. Estas propiedades de la radiación de un cuerpo caliente también se aplican en termografía, que es una técnica que permite tomar una foto que muestra la distribución de las temperaturas de una persona. Esta técnica permite detectar, por ejemplo un cáncer, ya que los tejidos cancerosos tienen una temperatura levemente mayor a los sanos.

La ley de Wien se utiliza también para determinar las temperaturas de las estrellas, a partir de los análisis de su radiación. En general, estudiando el espectro de emisión de un cuerpo podemos determinar su temperatura.

Efecto de Invernadero

El efecto invernadero se produce cuando la radiación solar incide sobre un recinto cerrado, con paredes transparentes a la radiación visible, pero opacas o muy absorbentes de la radiación infrarroja, por ejemplo vidrio, metano o CO₂, Ver Figura xx.8.

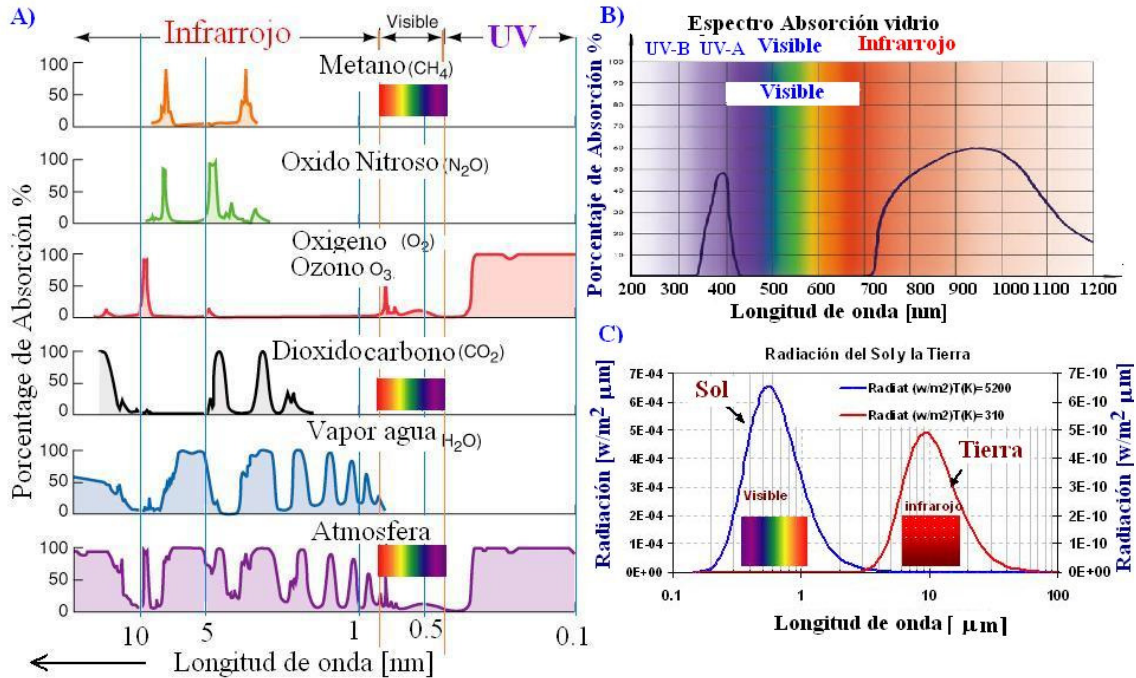


Figura xx.8. A) Espectros de absorción para distintos gases presentes en la atmósfera terrestre. B) Espectro de absorción del vidrio. C) Curvas de emisión de un dos cuerpos negros a dos temperaturas diferentes: T=5200 K (Sol) y a T=310 K (Tierra).

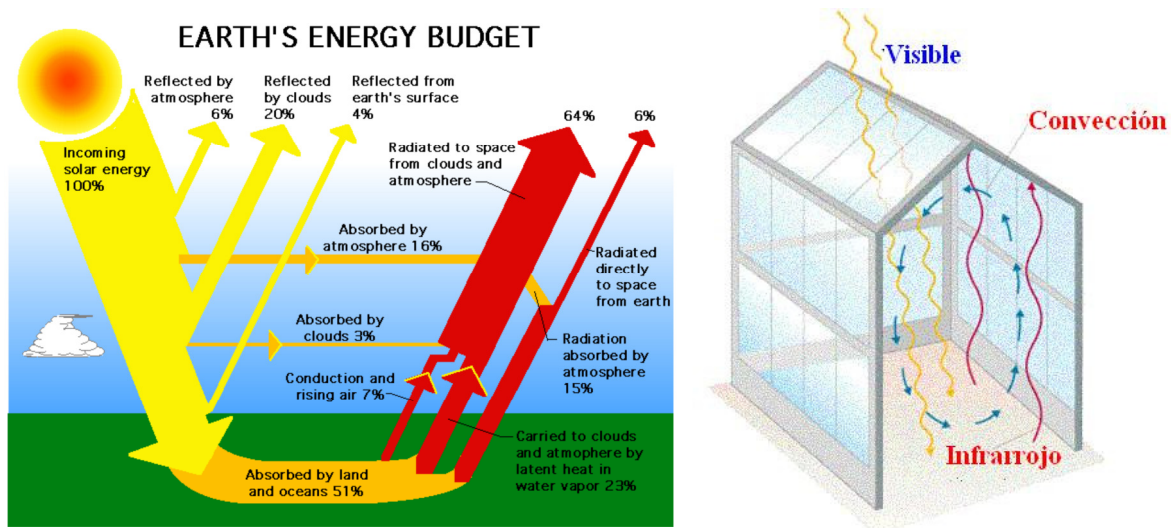


Figura xx.9. A la izquierda, balance energético en la atmósfera terrestre. A la derecha un invernadero de paredes y techo de vidrio.

En el caso de un recinto de vidrio, invernadero, Figura xx.9, la radiación del Sol pasa por el vidrio, pero la radiación emitida por la Tierra y los objetos interiores, que están a más baja temperatura, lo hacen en la región de infrarrojo, que no escapa con facilidad del recinto, Figura xx.8.B) y C). Algo similar ocurre en la atmósfera terrestre, Figura xx.8.A). La radiación térmica de la superficie de la Tierra, es en gran medida absorbida por los gases de efecto invernadero (GEI), vapor de agua, metano, CO₂, ozono, etc. La radiación absorbida es re-emitida en todas direcciones. Como resultado, la temperatura de la superficie de la Tierra es mayor, en unos 30°C aproximadamente, que lo sería si no hubiese efecto de invernadero. La Luna, que no tiene atmósfera, y en promedio está a igual distancia del Sol que la Tierra, tiene una temperatura media en su ecuador de unos -23°C. Asimismo su amplitud térmica es notable: 107°C de día y -153°C de noche! Estos datos ilustran el efecto moderador de la temperatura de la atmósfera. El efecto invernadero fue descubierto y explicado por J. Fourier, J. Tyndall y S. Arrhenius. Si la Tierra fuese un cuerpo negro, su temperatura de equilibrio sería, en ausencia de efecto de invernadero (EI) de unos 5 °C. Dado que la efectividad de la Tierra es de aproximadamente el 30% (albedo), su temperatura de equilibrio, en ausencia de EI, sería de unos -18°C. El efecto de invernadero eleva la temperatura media de la Tierra en unos 30°C, para dejarla en un agradable promedio de 15°C.

Variación de la temperatura en la expansión de un gas

Posiblemente todos hemos experimentado el hecho de que cuando inflamos la rueda de una bicicleta con un inflador manual, el extremo del mismo, por donde sale el aire, se calienta. Este fenómeno ocurre toda vez que se comprime un gas sin que entre o salga energía del sistema (proceso adiabático). Por ejemplo, en el caso del inflador, la compresión ocurre rápidamente y no da tiempo para que se intercambie energía con el medio. Este proceso es reversible, es decir si se expande el gas, el mismo se enfría. De hecho, un refrigerador funciona gracias a este principio. Un gas comprimido por el compresor de la heladera, se descomprime rápidamente en la región del congelador, enfriándose y tomando calor del medio. Este mismo principio opera en gran escala en el Universo. A medida que el Universo se expande, el mismo se va enfriando. Podemos determinar la temperatura media del Universo, midiendo la radiación electromagnética de fondo. En las secciones que siguen investigaremos este efecto en más detalle.

♣ ♣ Radiación Cósmica de Fondo (CMB)



Figura xx.10. Penzias y Wilson recibirían el premio Nóbel de Física en 1978 por el descubrimiento de la radiación cósmica de fondo (CMB). G.Gamov, uno de los primeros en predecir su existencia en los años 40, murió unos diez años antes.

Haciendo una analogía, podemos decir que la evolución del Universo equivaldría, en cierta forma, a lo que ocurre con una nube de vapor de agua que se expande al subir por la atmósfera. A medida que se expande se

enfriía, el vapor se transforma en líquido, el líquido se condensa en gotitas de agua que finalmente precipitan en forma de lluvia. La relación entre expansión y enfriamiento es tan estrecha, que los científicos han logrado, a partir de ella, calcular con gran exactitud la temperatura teórica a la que debería encontrarse el Universo en la actualidad. Tal temperatura es de 3 K (en la escala absoluta de Kelvin) ó -270 grados Celsius bajo cero. Como vimos antes, un cuerpo a una temperatura determinada, emite radiaciones electromagnéticas características de esa temperatura (ver figura xx.7) y era de esperarse que existiese algún tipo de radiación que confirmase los 3 K calculados para el Universo. No fue sino hasta 1964 cuando los ingenieros de la Bell Telephone Arno Penzias y Robert Wilson, efectuando mediciones de ondas de radio en New Jersey, descubrieron una radiación de fondo que interfería con su trabajo y que no podían eliminar, ya que parecía provenir de todo el Universo. Inmediatamente dieron la noticia a los físicos de la Universidad de Princeton que trabajaban en la teoría del Big Bang.^{11 12 13}

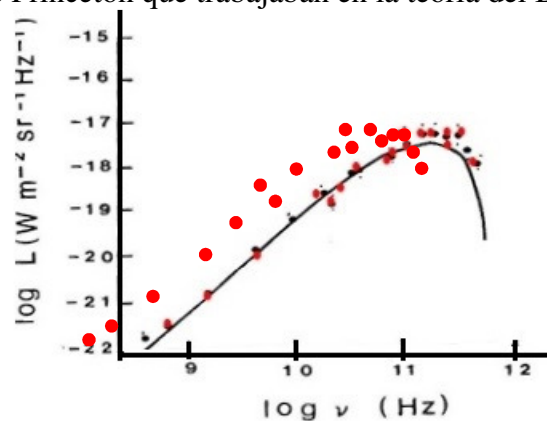


Figura xx.11. Espectro de radiación de fondo cósmica medida por Penzias y Wilson. Los puntos discretos son los valores medidos. La curva continua es la predicción de la radiación de un cuerpo negro a la temperatura $T=3 \text{ k}$ (= -270 °C).

Ellos confirmaron que dicha radiación era el “fósil físico” buscado por los científicos que correspondería a la radiación electromagnética que emite un cuerpo a 3 grados Kelvin. Naturalmente, este descubrimiento, uno de los más importantes de la radio astronomía, significó un fuerte respaldo a la teoría del Big Bang. Penzias y Wilson recibieron el premio Nóbel de física por el descubrimiento de lo que posteriormente se denominó "radiación térmica cosmológica" o CMB. De hecho, se estima que cerca del 10% del ruido de fondo que se observa en un televisor común, al sintonizar en un canal no ocupado por una señal de una emisora, esa especie de lluvia, es consecuencia de la radiación de fondo. Es interesante notar que la radiación CMB puede detectarse con un simple televisor. Cuando un TV se sintoniza en una canal sin servicio, se ve una especie de "lluvia" y se escucha un ruido característico. Aproximadamente, 10% de ese ruido proviene de la CMB, o sea es una señal primordial antiquísima.

En resumen:

- ✓ El espectro de la radiación de fondo (CMB) corresponde al de un cuerpo (negro) a la temperatura de 2.725 Kelvin.
- ✓ La CMB es una reliquia del momento en que el Universo estaba muy caliente, era muy denso y muy opaco. Mas precisamente del instante en que la temperatura era tal, que los fotones interactuaban fuertemente con los átomos de H ionizándolos. A

medida que el Universo se enfrió, la radiación no pudo seguir ionizando los átomos, es decir la radiación se desacopló de la materia y siguió viajando hasta el presente.

- ✓ Los puntos más calientes o "Hot spots" en la CMB resultan de fluctuaciones en la temperatura del Universo en el momento del desacople de la radiación con la materia.

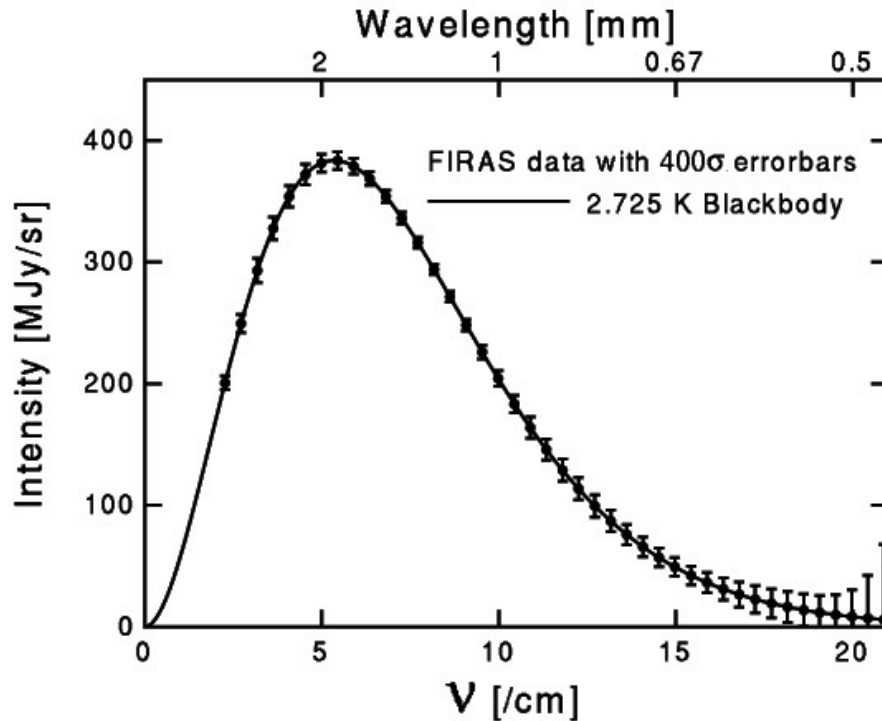


Figura xx.12. Espectro de radiación de fondo cósmica obtenido en la década de los 90 con el instrumento FIRAS del Satélite COBE de la NASA. La línea continua corresponde a la radiación de un cuerpo negro a $T=2.725$ K.

Aislación térmica de viviendas

Imaginemos una vivienda simple, consistente en una cabaña de lado a y b . Su altura es h . Consta de una puerta y una ventana. Por supuesto techo y paredes. Ver Figura XX.14. Además, vamos a suponer que todo el aire interior se renueva n veces por hora. Supondremos que la temperatura exterior es T_{ex} y la interior es T_{in} ($> T_{ex}$), por lo tanto $\Delta T = T_{in} - T_{ex}$.

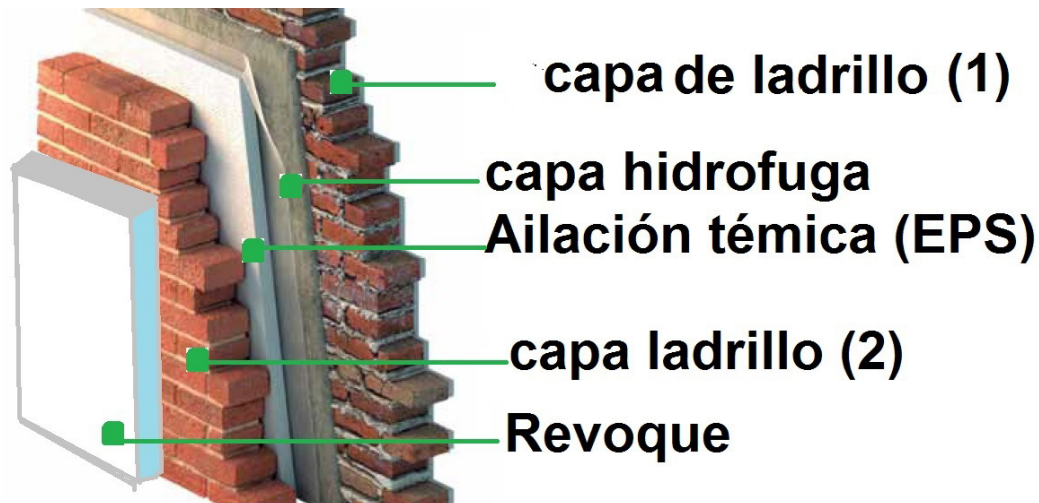


Figura xx.13. Ejemplo de paredes construidas de diversas capas: Revoque (1), capa de ladrillo (1), capa hidrófuga, aislación térmica (EPS), capa ladrillo (2), revoque (2). En este caso todas las capas están es serie. Por lo tanto, sus resistencias térmicas se suman.

En general las paredes y el techo están formadas de varias capas, con distintos espesores de materiales (revoque fino, revoque grueso, paredes, capa de aislación, etc. que se disponen en serie como se indica en la Figura xx.13.

En la tabla xx.3, se muestra un ejemplo de cálculo de la transmitancia de las paredes y techos.

Paredes				
Capas		Espesor	k	R (Unidad de area)
		(mm)	(W/m.K)	(m2.K/W)
1	Revoque fino	5	0,7	0,007
2	Revoque grueso	15	0,93	0,016
3	Ladrillo macizo	300	0,81	0,370
5	Film Plástico			
6	Placa EPS	30	0,037	0,811
7	Revoque grueso	20	0,93	0,022
Resistencia Total (m ² ,K/W)		Con EPS		1,23
Transmitancia (W/K.m ²)		Con EPS		0,82
Resistencia Total (m ² ,K/W)		Sin EPS		0,42
Transmitancia (W/K.m ²)		Sin EPS		2,41

Techo				
Capas		Espesor	k	R (Unidad de area)
		(mm)	(W/m.K)	(m2.K/W)
1	Revoque fino	5	0,7	0,007
2	Revoque grueso	15	0,93	0,016
3	Loza	120	0,83	0,145
4	Placa EPS	50	0,037	1,351
5	Revoque grueso	20	0,93	0,022
Resistencia Total (m2,K/W)		Con EPS		1,54
Transmitancia (W/K.m2)		Con EPS		0,65
Resistencia Total (m2,K/W)		Sin EPS		0,19
Transmitancia (W/K.m2)		Sin EPS		5,28

Tabla xx.4 – Cálculo de transmitancia de paredes y techos. Los datos fueron obtenido de la Ref.(14). Como vimos en las secciones anteriores, en paredes y techo hechas con capas en serie, las resistencias térmicas parciales se suman para obtener la resistencia total.



			Transm (W/K)
Dimensiones	Lado a (m)=	5	
	Ancho b (m)	6	
	Altura h (m)=	2,8	
Vidrios	A_vidrios (m²)	10	5,8
Puertas	A_puertas (m²)	1,44	2,77

Figura xx.14. Esquema simple de una vivienda. En este caso, tanto las paredes, como el techo, las puertas y las ventanas, son elementos que transmiten el calor en paralelo. Por lo tanto sus transmitancia totales se suman.

Si suponemos un techo plano y paredes y techos como los descritos en la Tabla xx.3 y Figura xx.14, tenemos:

DGD=	850	Sin EPS			Con EPS		
	Sup (m2)	Transm. Unid. Area	Transm. Total	Porcentaje	Transm.U nid. Area	Transm. Total	Porcentaje
Superf.(m2)=	30	(W/m ² .K)	(kWh/año)		(W/m ² .K)	(kWh/año)	
Volumen(m3)=	84						
Superf. Later.(m2)=	59,2						
Techo	30,0	5,28	3.232	42%	0,65	397	16%
Pared	59,2	2,41	2.909	38%	0,82	985	40%
Aperturas	11,4	4,29	1.000	13%	2,14	500	20%
Renov.Aire (#/hora)	1	29,40	600	8%	29,40	600	24%
			(kWh/año)			(kWh/año)	
Total			7.741	100%	33	2.482	100%
		Potencia (kW)	3,8		Potencia (kW)	1,2	

3,1

Tabla xx.5 – Cálculo de transmitancia de paredes y techos. Valores de referencia de la Tabla xx.4 y Figura xx.13. Los datos fueron obtenidos de la Ref.⁽¹⁵⁾. Los cálculos se realizaron suponiendo EPS en paredes y techos con los espesores indicados en la tabla y sin EPS. Para el caso de Casa con EPS, se usaron ventanas y puertas mejoradas (vidrio doble y mejor carpintería). Nótese la influencia de la Aislación en el consumo anual. Hay un factor de consumo de 3,1. En este caso, tanto las paredes, como el techo, las puertas y las ventanas, son elementos que transmiten el calor en paralelo. Por lo tanto sus transmitancias totales se suman.

Un concepto muy útil

Consumo de calefacción de una vivienda

Para la casa, tanto las paredes, como el techo, las puertas y las ventanas (aberturas), son elementos que transmiten el calor en paralelo con las paredes y el techo. Por lo tanto, sus Transmitancias totales o Valor U ($U_T = U.A = 1/R$) se suman. Ver Ecs. xx.11 y xx.35a, esto es:

$$U_{tot} = \frac{1}{\mathcal{R}_{12}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2} + \dots = U_{T1} + U_{T2} + \dots \quad (\text{xx.49})$$

Por lo tanto, para una dada diferencia térmica ΔT entre el exterior e interior la potencia que deberemos suministrar a la estufa interior será:

$$P(W) = U_{tot} \times \Delta T \quad (\text{xx.50})$$

El consumo diario, para una temperatura media diaria de temperatura externa $T_{ex}(i)$, será:

$$\text{Consumo (Wh)} = 24 \times U_{tot} \times (T_{in} - T_{ex}(i)) \quad (\text{xx.51})$$

Para calcular el consumo medio anual tenemos que sumar sobre todos los días en el año que la temperatura media diaria sea menor que la temperatura de referencia T_{in} . O sea:

$$\text{Consumo (kWh)} = 0,024 \times U_{tot} \times \sum_{T_{in} > T_{ex}} (T_{in} - T_{ex}(i)) \quad (\text{xx.52})$$

O usando en concepto de Déficit Grado Día (DGD):

$$\text{Consumo Anual (kWh)} = 0,024 \times U_{tot} \times DGD_{año} = 0,024 \times G_{cal} \times V_{air} \times DGD_{año} \quad (\text{xx.53})$$

Lo interesante de esta expresión es que para una vivienda, el consumo de calefacción depende de dos factores independientes: la Transmitancia o Valor U_{tot} de la envolvente (paredes, techo, aberturas, etc.) que depende de las características constructivas de la envolvente y de las condiciones térmicas del lugar donde está la vivienda a través de DGD.

Por otra parte para calcular la potencia de los calefactores a usar, se toma una temperatura de invierno de referencia, que es representativa de las temperaturas media mínimas T_{min_ref} que se esperan acurrar en un día típico de invierno en esa zona. Según (xx.50), la potencia requerida sería:

$$P(W) = U_{tot} \times (T_{in} - T_{min_ref}) = U_{tot} \times \Delta T_{ref} \quad (\text{xx.54})$$

Donde T_{in} es la temperatura de confort de referencia, típicamente $T_{in}=18^{\circ}C$. Para Buenos Aires, $T_{in}=5^{\circ}C$, por lo que para esta ciudad $\Delta T_{ref}=13^{\circ}C$.

$$P(W)|_{BA} = U_{tot} \times \Delta T_{ref}|_{BA} = 13 \times U_{tot}. \quad (\text{xx.55})$$

Perdidas de calor por renovación de aire.

Toda vivienda necesita realizar renovaciones de aire permanentemente. Estas renovaciones son necesarias para sacar el aire viciado, olores etc. A veces estas renovaciones ocurren por infiltraciones involuntarias o por efectos buscados a propósito. Vamos a suponer que la vivienda tiene un volumen de aire V_{air} , cuya densidad llamamos ρ_{air} y calor específico c_{air} . Vamos a suponer que hay n renovaciones de este volumen de aire por hora. Suponemos que el aire nuevo entra a la temperatura exterior, T_{ex} y la temperatura interior es $T_{in}(\approx 18^{\circ}C)$. En calor que se debe aportar por hora por las n renovaciones de aire será:

$$\Delta E = n \cdot V_{air} \cdot \rho_{air} \cdot c_{air} \cdot (T_{in} - T_{ex}). \quad (\text{xx.56})$$

En consumo energético diario asociado a un día i en este intercambio será:

$$\Delta E_{día}(Wh) = 24 \cdot n \cdot V_{air} \cdot \rho_{air} \cdot c_{air} \cdot (T_{in} - T_{ex}(i)). \quad (\text{xx.57})$$

Y al año su aporte al consumo resultara:

$$\Delta E_{año}(kWh) = 0,024 \cdot n \cdot V_{air} \cdot \rho_{air} \cdot c_{air} \cdot DGD = 0,024 \cdot 0,35 \cdot n \cdot V_{air} \cdot DGD_{año}. \quad (\text{xx.58})$$

Dado que este intercambio de calor que se realiza por el intercambio de aire es en muchos casos importante, se han desarrollado equipos especiales^{16, 17} () que al renovar el aire, realizan un intercambio de calor, es decir el aire caliente que sale, entrega parte de su calor al aire frío que entra, así si la eficiencia de transferencia de calor del equipo es f el aporte de calor por intercambio de aire resulta:

$$\Delta E_{año}(kWh) = 0,024 \cdot 0,35 \cdot n \cdot (1 - f) \cdot V_{air} \cdot DGD_{año} \quad (\text{xx.59})$$

Combinando esta expresión con la Ec.(xx.54) tenemos que el consumo anual de una vivienda con n renovaciones de aire por hora será:

$$\Delta E_{año}(kWh) = 0,024 \times (U_{tot} + 0,35 \cdot n \cdot (1 - f) \cdot V_{air}) \times DGD_{año}. \quad (\text{xx.60})$$

O bien:

Transmisión del calor – UNSAM 2018 – S.Gil

$$\Delta E(kWh) = 0,024 \times G_{cal} \times V_{air} \times DGD_{año}. \quad (xx.61)$$

Donde V_{air} es el volumen del interior de la vivienda y G_{cal} es el llamado coeficiente volumétrico de pérdidas de calor de la vivienda, definido en la Norma IRAM 11604.

Mientras que la potencia será:

$$P(W)|_{BA} = (U_{tot} + 0,35 \cdot n \cdot (1-f) \cdot V_{air}) \times (T_{in} - T_{min_ref}) = 13 \times (U_{tot} + 0,35 \cdot n \cdot (1-f) \cdot V_{air}). \quad (xx.62)$$

Temperaturas efectivas, Déficit Grado Día (DGD) y Exceso Grado Día (EGD)

Para describir la necesidad de calefacción en una dada ciudad, resulta útil introducir el concepto de *Déficit Grado Día*. Como se comentó previamente demanda de calefacción está fuertemente asociada a la temperatura y esta componente del consumo depende de la diferencia entre la temperatura interior, representada por T_{ef} , y una temperatura de referencia, T_{ref} , próxima a la temperatura de confort. Hay gran consenso en que la temperatura de confort¹⁸ se encuentra en el rango de 20°C a 25°C. Se observa que a medida que la temperatura efectiva defiende por debajo de 18°C, la calefacción de las viviendas se va incrementando monótonamente. Por tal razón es usual definir la temperatura de referencia $T_{ref} = 18^\circ\text{C}$. A la diferencia ($DGD_{(día)} = (T_{ref} - T_{ef})$) la llamamos *Deficiencia Grado Día o Déficit Grado Día*. También es útil definir la $DGD_{(mes)}$ y $DGD_{(año)}$ como:

$$DGD_{mes} = \sum_i^{mes} \cdot (T_{ref} - T_{ex}(i))_{(T_{ref} > T_{ex}(i))}. \quad (xx.63)$$

y

$$DGD_{año} = \sum_i^{año} \cdot (T_{ref} - T_{ex}(i))_{(T_{ref} > T_{ex}(i))}. \quad (xx.64)$$

de cada zona para cada mes o año.

De este modo el consumo anual de calefacción resulta:

$$E \left(\frac{kWh}{año} \right) = 0,024 \times U_{tot} \times DGD \quad (xx.65)$$

Si se grafican las temperaturas efectivas diarias a lo largo de un año, ver Figura xx.15, el valor de $DGD_{(año)}$ viene dado por el área sombreada entre la temperatura de referencia y la curva que describe la temperatura media diaria. Dado que los números de usuarios varía a lo largo del tiempo, arrastrando consigo el consumo total, para analizar el comportamiento del consumo, resulta adecuado estudiar la variación del consumo por usuario, es decir el consumo total de cada día, mes o año, dividido por el número de usuarios. Este parámetro, llamado en consumo específico por usuario, permite analizar mejor en comportamiento del consumo a lo lardo de varios años, independientemente de la variación del número de usuarios.

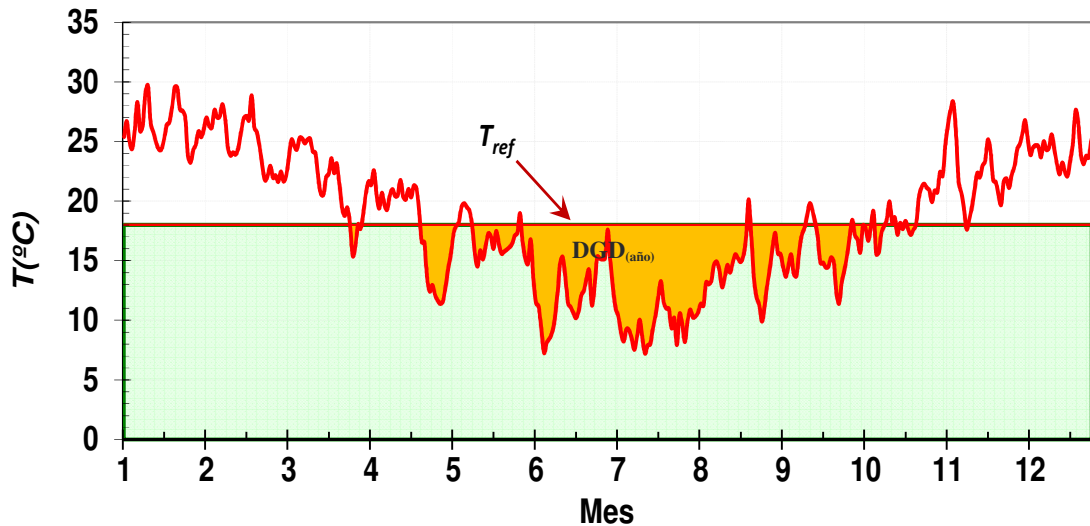


Figura xx.15. Representación de la temperatura efectiva, T_{ef} , diaria a la largo de un año, la línea horizontal, representa la temperatura de referencia, $T_{ref} \approx 18^{\circ}\text{C}$, la $DGD(\text{año})$ viene dada por el área sombreada de esta gráfico. Los datos consignados corresponden a la Ciudad de Buenos Aires (CABA). La temperatura media anual es de $17,7^{\circ}\text{C}$ y la media invernal de $12,6^{\circ}\text{C}$.

Asimismo, es posible para cada región definir una deficiencia media diaria para cada mes del año ($DGD_{(mes)}$). De hecho, como las temperaturas medias mensuales varían fuertemente a lo largo del año, como así también los consumos específicos medios de cada mes, es posible analizar cómo varían los consumos de gas Residencial+ Comercial y Oficial (R+C+EO) con $DGD_{(mes)}$, como se muestra en la Figura xx.16.¹⁹

La Figura xx.16 muestra que los consumos asociados a la calefacción, son proporcionales a la $DGD_{(mes)}$. La ordenada en el origen, está relacionada con el *consumo base*, es decir el consumo de gas asociado al calentamiento de agua sanitaria y a la cocción. De igual forma puede mostrarse que los consumos anuales asociados a la calefacción son, asimismo, proporcionales a las $DGD_{(año)}$. Esta relación entre *consumo* y DGD se observa que es válida para todas las ciudades y regiones de Argentina, pero presentando una variación en su comportamiento en el sur del país²⁰ debido a los mayores subsidios al gas que se aplican en esta región. La relación entre consumo de calefacción y DGD nos permite conocer en promedio los consumos de gas de distintas ciudades y regiones del país para las que podemos conocer el $DGD_{(año)}$.

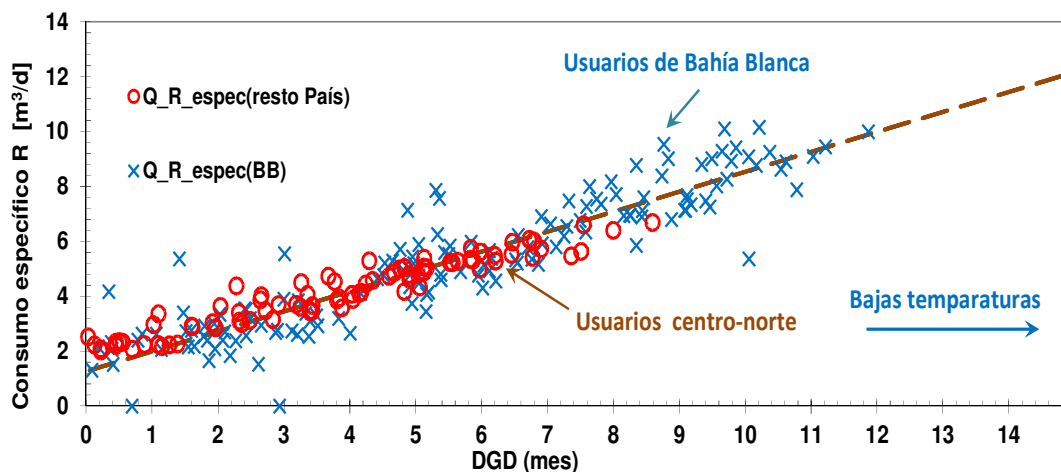


Figura xx.16. Variación de los consumos específicos diarios R, promediados para cada mes, en función del DGD(mes) de cada mes. Los círculos rojos indican los datos de consumo de los usuarios R para la zona norte y central de Argentina. Las cruces corresponden a la zona de Bahía Blanca, que por tener temperaturas relativamente más bajas, presenta valores de DGD(mes) más altas. Como puede verse, el consumo varía linealmente con DGD(mes). La ordenada en el origen corresponde al consumo base.

El concepto de Déficit Grado Día (*DGD*) es utilizado en muchos lugares del mundo para caracterizar los consumos por calefacción. De hecho, en las normas IRAM de acondicionamiento térmico de edificios (IRAM 11604) utilizan este parámetro para el diseño y cálculo de los de la aislación térmica en cada región bioclimática de Argentina. Las Ecs. xx.54 y xx.60, son la justificación física de este comportamiento.

En la Figura xx.17, se muestra la variación de los parámetros DGD ($T_{ref}=18^{\circ}\text{C}$) para los años 1944 hasta 2018 y el EGD, referido a $T_{ref}=24^{\circ}\text{C}$, que mide la necesidad de refrigeración en verano.

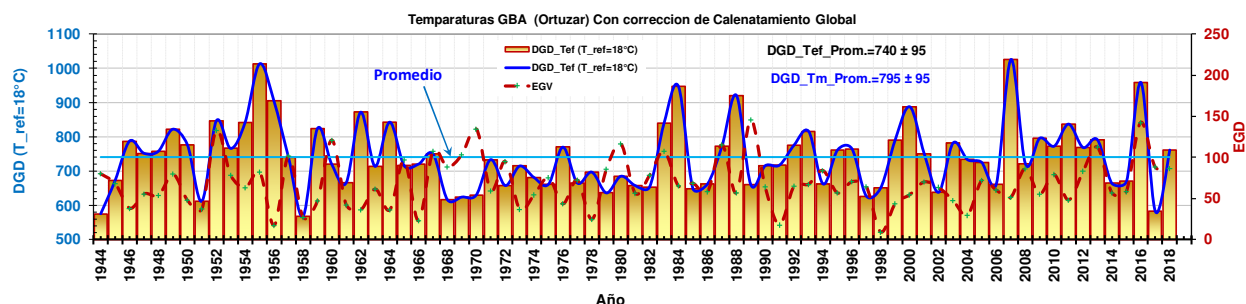


Figura xx.17. Variación de los coeficientes DGD para los años 1944 a 2014, el DGD, representado por la curva azul barras, está referido al eje vertical izquierdo. El EGD, que mide la necesidad de refrigeración está representado por la curva roja de trazos, referida al eje vertical derecho.

Un análisis de los resultados mostrados en la Figura xx.17, se ve que escenarios térmicos comparables al año 2007, tiene una probabilidad de ocurrencia de 2 veces en 70 años o sea del 3%. Por otro lado, eventos de frío intensos, como los ocurridos en el año 2000 tiene una recurrencia de 11 veces en 70 años o sea del 16%.

De modo análogo, se puede estimar el ahorro producido por aumentar en un grado la temperatura de los acondicionadores de aire. Para este análisis, es útil definir el Exceso de grado día anual como:

$$EGD(\text{año}) = \sum_{i=1}^{i=365} (T_{media} - T'_{ref}) \Big|_{T_{media} > T'_{ref}}, \quad (\text{xx.66})$$

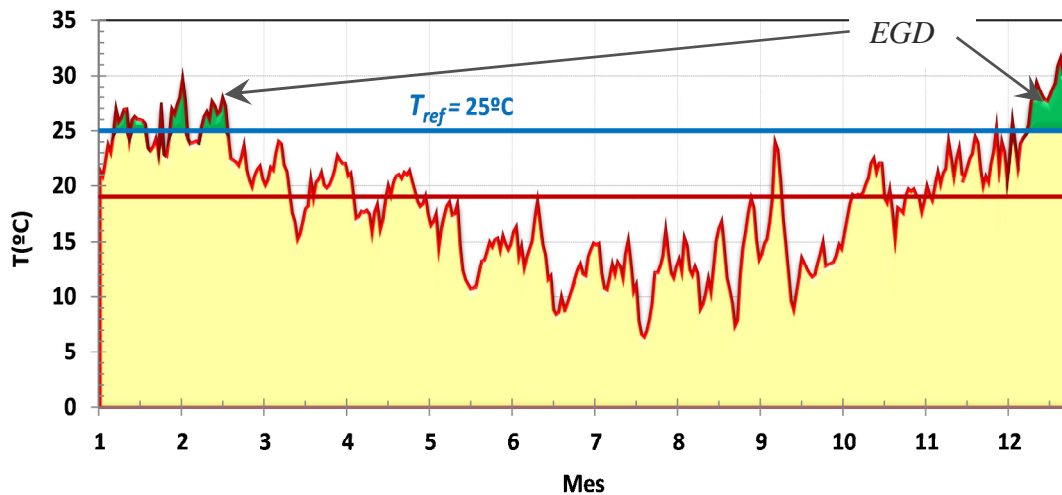


Figura xx.18 Representación de la temperatura media diaria a la largo de un año, la línea horizontal, representa la temperatura de referencia, $T_{ref} \approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$, el $EGD_{(año)}$ viene dada por el área sombreada en verde de este gráfico. Estos datos corresponden a la ciudad de Buenos Aires.

El área sombreada en verde de la Figura xx.18 ilustra el valor del EGD para el caso de Buenos Aires en 2013. En este caso, la temperatura de referencia T'_{ref} se toma $\approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$ a veces se usa $T'_{ref} \approx 24 \text{ }^\circ\text{C}$. De este modo, el EGD indica la magnitud de la necesidad de refrigeración y es de esperar que sea proporcional a la energía utilizada en refrigeración de ambientes interiores. Dado análogo a las Ec.xx.59, podemos escribir que las necesidades de refrigeración se pueden escribir como:

$$E_{refr} \left(\frac{kWh}{año} \right) = 0,024 \times U_{tot} \times EGD \quad (xx.67)$$

O incluyendo las renovaciones de aire:

$$E_{refr} \left(\frac{kWh}{año} \right) = 0,024 \times (U_{tot} + 0,35 \cdot n \cdot (1-f) \cdot V_{air}) \times EGD \quad (xx.68)$$

Así vemos que una casa con buena aislación, puede ser adecuada tanto para verano como invierno. Sin embargo, esta ecuación no incluye un aspecto muy importante cómo el buen diseño, la buena orientación, etc. que pueden hacer una casa mucho más sustentable energéticamente y con mayor confort. Pero caramente la aislación térmica de la envolvente, determinada por U_{tot} , juega un rol clave.

Temperatura de los planetas

Bibliografía

-
- ¹ *Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería*- D. Halliday, R. Resnik y J. Walker. 4ta. Ed. (Trad. de *Fundamentals of Physics* – John Wiley & Sons, Inc. New York 1993). Muy buena presentación a nivel introductorio- un clásico.
- ² *Física - Principios con aplicaciones* - D. C. Giancoli - Prentice Hall México 1997 (Trad. de *Physics, Principles and Applications* 4/E – Prentice Hall. New York 1995). Muy buena presentación de la termodinámica a nivel introductorio- formato moderno.
- ³ *Física* - J. D. Wilson - Prentice Hall - Mexico 1996. ISBN 968-880-660-9. Nivel introductorio.
- ⁴ Thermal transmittance, Wikipedia -https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_transmittance
- ⁵ *Calor y Termodinámica* - M.W. Zemansky - Aguilar - Madrid 1975 (Trad. de: *Heat and Thermodynamics* - 5th Ed. McGraw Hill N.Y. 1968). Excelente y muy completa presentación de la termodinámica. Nivel introductorio - intermedio.
- ⁶ Wiedemann–Franz law, From Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Wiedemann%E2%80%93Franz_law
- ⁷ *Transferencia de Calor* – Y. A. Çengel- 2da. Ed., Mc Graw Hill - Mexico-2004. Excelente y muy completa presentación de la transferencia de calor, incluyendo conducción, radiación y convección. Nivel introductorio – intermedio
- ⁸ *Transferencia de Calor* - D.R. Pitts y L.E. Sissom- Mc Graw Hill - Bogotá-1979. (Trad. de: *Heat Transfer*. McGraw Hill N.Y. 1977). Excelente y muy completa presentación de la transferencia de calor, incluyendo conducción, radiación y convección. Nivel introductorio – intermedio.
- ⁹ Wikipedia, Transmitancia Térmica, https://es.wikipedia.org/wiki/Transmitancia_t%C3%A9rmica
- ¹⁰ Safe Temperature Cooking, Government of Canada, 2017, <https://www.canada.ca/en/health-canada/services/general-food-safety-tips/safe-internal-cooking-temperatures.html>
- ¹¹ Clase interactiva de cosmología- Breve introducción, con gráficos y figuras, del los conceptos básicos de Cosmología y Astronomía. Nivel introductorio. http://ar.geocities.com/udesa_fisica/cosmologia/cosmo2/index.htm
- ¹² *Astronomy Course Note Websites*- Sitio de Astronomía en Ingles <http://members.aol.com/gca7sky/course.htm>
- ¹³ *The History and Fate of the Universe*. Lawrence M. Krauss, [The Physics Teacher](http://ar.geocities.com/udesa_fisica/cosmologia/origen-fate-univ_2k3.pdf) Vol. 41, March 2003 - http://ar.geocities.com/udesa_fisica/cosmologia/origen-fate-univ_2k3.pdf
- ¹⁴ Manual Práctico Del Aislamiento Térmico AAPE Asociación Argentina del Poliestireno Expandido para una CONSTRUCCIÓN SUSTENTABLE. Pablo Azqueta, 2017. <https://grupoestisol.com/wp-content/themes/estisol/documentos/ManualPracticoDelEPS-interactivo-ENCRIPADO.pdf>
- ¹⁵ Manual Práctico Del Aislamiento Térmico AAPE Asociación Argentina del Poliestireno Expandido para una CONSTRUCCIÓN SUSTENTABLE. Pablo Azqueta, 2017. <https://grupoestisol.com/wp-content/themes/estisol/documentos/ManualPracticoDelEPS-interactivo-ENCRIPADO.pdf>
- ¹⁶ Intercambiador de calor – Wikipedia, 2018. https://es.wikipedia.org/wiki/Intercambiador_de_calor
- ¹⁷ High efficiency Heat Exchanger, LG,2018. <https://www.lg.com/in/hrv-system/lg-LZ-H0806BA0-eco-v>
- ¹⁸ Confort higrotérmico Wikipedia. http://es.wikipedia.org/wiki/Confort_higrot%C3%A9rmico
- ¹⁹ Regulación del termostato: un modo simple y racional de ahorrar energía en calefacción y refrigeración, R. Prieto y S. Gil Petrotécnica (Revista del IAPG) LV, N05, (pag. 102-104) Dic. (2014).
- ²⁰ ¿Cómo se distribuye el consumo residencial de gas? Modos de promover un uso más eficiente del gas, Salvador Gil y Roberto Prieto, Petrotécnica (Revista del IAPG) LIV, N06, (pag. 81-92) Dic. (2013).